RACIOCÍNIO LÓGICO

Prof. Oscar Queiroz

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:

1. Proposições, conectivos, equivalências lógicas, quantificadores e predicados. Conjuntos e suas operações, diagramas.
CAPÍTULO 01 .... **01**
CAPÍTULO 02 .... **13**
2. Números inteiros, racionais e reais e suas operações.
CAPÍTULO 03 .... **20**
3. Porcentagem. Proporcionalidade direta e inversa.
CAPÍTULO 04 .... **25**
4. Medidas de comprimento, área, volume, massa e tempo.
CAPÍTULO 05 .... **31**
5. Estrutura lógica de relações arbitrárias entre pessoas, lugares, objetos ou eventos fictícios; dedução de novas informações das relações fornecidas e avaliar as condições usadas para estabelecer a estrutura daquelas relações.
CAPÍTULO 06 .... **34**
6. Compreensão e análise da lógica de uma situação, utilizando as funções intelectuais: raciocínio verbal, raciocínio matemático, raciocínio sequencial, orientação espacial e temporal, formação de conceitos, discriminação de elementos.
CAPÍTULO 07 .... **46**
CAPÍTULO 08 .... **53**
7. Compreensão de dados apresentados em gráficos e tabelas. Problemas de lógica e raciocínio.
CAPÍTULO 09 .... **59**
8. Problemas de contagem e noções de probabilidade.
CAPÍTULO 10 .... **63**
9. Geometria básica: ângulos, triângulos, polígonos, distâncias, proporcionalidade, perímetro e área.
CAPÍTULO 11 .... **69**
10. Noções de estatística: média, moda, mediana e desvio padrão.
CAPÍTULO 12 .... **75**
Revisão – Questões de provas anteriores **FGV**........... **82**
GABARITOS – EXERCÍCIOS PROPOSTOS. **95**

CAPÍTULO 01

LÓGICA DAS PROPOSIÇÕES

PROPOSIÇÕES - DEFINIÇÃO

- **EXPRESSÕES =** São frases que não possuem sentido completo. DICA: **não possuem verbo**!
  Ex: O dobro de cinco.
  O jogador de futebol.
  13 + 5
- **SENTENÇAS =** São frases Possuem sentido completo. DICA: **possuem verbo**!

SENTENÇAS ABERTAS = são aquelas proposições simples que "dependem" de variáveis (que não conhecemos) para dizer se ela é verdadeira ou falsa. Ou seja, não se pode atribuir um valor lógico V ou F à ela sem conhecermos esta variável.
Ex: Alguém está nascendo agora. (V ou F?)
$x + 4 = 7$ (V ou F?)
Ele foi à praia. (V ou F?)

SENTENÇAS FECHADAS = Aquelas às quais se pode atribuir um valor lógico V ou F. Tem um valor lógico definido.
Ex: O TCU está vinculado ao poder Legislativo (V)
O Ceará é um Estado da região Sudeste (F)
$8 + 5 > 15$ (F)

- **PROPOSIÇÕES =** As proposições são *sentenças fechadas*, formadas de palavras ou símbolos, que exprimem um pensamento completo e às quais podemos atribuir um dos valores lógicos: **V** ou **F**.

Somente às sentenças declarativas podem-se atribuir valores de verdadeiro ou falso, o que ocorre quando a sentença é, respectivamente, confirmada ou negada.
São exemplos de proposições as seguintes sentenças declarativas:
A praia do Futuro fica em Fortaleza. (V)
A Receita Federal pertence ao poder judiciário. (F)
O número 15 não é primo. (V)
O número 6 é ímpar. (F)
Pelos exemplos descritos acima, também observamos que uma proposição representa uma informação enunciada por uma oração, e, portanto pode ser expressa de várias formas, tais como: *"Pedro é maior que Carlos"*, ou podemos expressar também por *"Carlos é menor que Pedro"*.

- **NUNCA SERÃO PROPOSIÇÕES** = Não se pode atribuir um valor de verdadeiro ou falso às demais formas de sentenças como as **interrogativas, as exclamativas, imperativas, expressões sem predicado (sem verbo) e sentenças abertas (com variáveis)** embora elas também expressem um pensamento completo.

PRINCÍPIOS FUNDAMENTAIS

1 – PRINCÍPIO DO TERCEIRO EXCLUÍDO:
Uma proposição só pode ter dois valores verdades, isto é, é verdadeiro (V) ou falso (F), não podendo ter outro valor.

2 – PRINCÍPIO DA NÃO CONTRADIÇÃO:
Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa simultaneamente.
Logo, temos:
"O Brasil é um País da América do Sul" é uma proposição *verdadeira*.
"A Receita Federal pertence ao poder judiciário", é uma proposição *falsa*.

PROPOSIÇÕES SIMPLES

A *proposição simples* ou *atômica* é aquela que não contém qualquer outra proposição como sua componente. Isso significa que não é possível encontrar como parte de uma proposição simples alguma outra proposição diferente dela. Não se pode subdividi-la em partes menores tais que alguma delas seja uma nova proposição.

EXEMPLOS:

Carlos é primo de Marta.
O futebol é o esporte mais popular do mundo.
O heptágono possui sete lados.

PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

Uma proposição que contenha qualquer outra como sua parte componente é dita *proposição composta* ou *molecular*. As proposições compostas são combinações de proposições simples feitas através dos operadores lógicos: $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$. Assim, se tivermos as proposições A e B podemos formar as proposições compostas: **$A \wedge B$, $A \vee B$, $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$**.

Estas proposições recebem designações particulares, conforme veremos a seguir:

CONJUNÇÃO: $A \wedge B$ (lê-se "A e B")
DISJUNÇÃO NÃO-EXCLUDENTE: $A \vee B$ (lê-se "A ou B")
DISJUNÇÃO EXCLUDENTE: $A \veebar B$ (lê-se "ou A ou B")
CONDICIONAL: $A \rightarrow B$ (lê-se "se A então B")
BICONDICIONAL: $A \leftrightarrow B$ (lê-se "A se e somente se B")

EXEMPLOS:

João é médico e Pedro é dentista.
Maria vai ao cinema ou Paulo vai ao circo.
Ou compro um carro ou uma bicicleta.
Se chover amanhã de manhã, então não irei à praia.
Comprarei uma mansão se e somente se eu ganhar na loteria.

Nas sentenças acima, vimos os vários tipos de conectivos – ditos **CONECTIVOS LÓGICOS** – que estarão presentes em uma proposição composta. Estudaremos cada um deles a seguir, uma vez que é de nosso interesse conhecer o valor lógico das *proposições compostas*.

Veremos que, para dizer que uma *proposição composta* é verdadeira ou falsa, dependerá de duas coisas:

1º) do valor lógico das proposições componentes;
2º) do tipo de conectivo que as une.

Com estas duas informações, podemos dizer o valor lógico da proposição composta. O conjunto de todos os valores possíveis que uma proposição pode assumir é chamado de tabela-verdade.

NEGAÇÃO (MODIFICADOR)

Dada uma proposição qualquer A, denominamos negação de A à proposição composta que se obtém a partir da proposição A acrescida do conectivo lógico "não" ou de outro equivalente. A negação "não A" pode ser representada simbolicamente como: ~A ou ¬A.
Expressões equivalentes de "não A":

Não é verdade que A.
É falso que A.

TABELA-VERDADE

A	~A
V	F
F	V

CONCLUSÃO:
Uma proposição A e sua negação "não A" terão sempre valores lógicos opostos.

Como se pode observar na tabela-verdade, uma proposição qualquer e sua negação nunca poderão ser simultaneamente verdadeiras ou simultaneamente falsas.

EXEMPLOS:

A: Ricardo é honesto.
B: Paulo foi ao parque.
~A: Ricardo não é honesto.
~B: Paulo não foi ao parque.
~A: Não é verdade que Ricardo é honesto.
~B: É falso que Paulo foi ao parque.

CONJUNÇÃO (E)

Denominamos conjunção a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "E", e que pode ser representada simbolicamente como: **$A \wedge B$.**

EXEMPLO:

A: Carlos gosta de futebol.
B: Maria é dentista.
Conjunção = Carlos gosta de futebol e Maria é dentista. ($A \wedge B$)

TABELA-VERDADE

Na tabela-verdade, que representa todos os resultados da conjunção "A *e* B" para cada um dos valores que A e B podem assumir, temos:

A	B	$A \wedge B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

CONCLUSÃO:
Uma conjunção é verdadeira somente quando ambas as proposições que a compõem forem verdadeiras."

ANÁLISE DAS PROPOSIÇÕES:
Seja a proposição A $\wedge$ B podemos concluir:
1) Se A = V, então B será obrigatoriamente V.
2) Se B = V, então B será obrigatoriamente V.

DISJUNÇÃO NÃO-EXCLUDENTE (OU)

Disjunção não excludente, chamada apenas de disjunção, é toda proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "OU". A disjunção "A *ou* B" pode ser representada simbolicamente como: **A $\vee$ B.**

PREMISSAS NÃO EXCLUDENTES:
Premissas não excludentes são aquelas que podem ocorrer simultaneamente. Ou seja, o "ou" significa que pelo menos uma das premissas deverá ser verdadeira.

EXEMPLO:
A: O pai dará um carro ao seu filho.
B: O pai dará uma bicicleta ao seu filho.
Disjunção = O pai dará um carro ou uma bicicleta ao seu filho. (A $\vee$ B)

TABELA-VERDADE

A	B	A $\vee$ B
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

CONCLUSÕES:
1) Uma disjunção é falsa somente quando as duas proposições que a compõem forem falsas.
2) Para que a disjunção seja verdadeira, basta que pelo menos uma das proposições que a compõe seja verdadeira.

ANÁLISE DAS PROPOSIÇÕES:
Seja a proposição **A $\vee$ B** podemos concluir:
1) Se A = V, então B pode ser V ou F.
2) Se B = V, então A pode ser V ou F.
3) Se A = F, então B obrigatoriamente será V.
4) Se B = F, então A obrigatoriamente será V.

DISJUNÇÃO EXCLUDENTE (OU... OU...)

Disjunção excludente é toda proposição composta formada por duas proposições simples quaisquer e que estejam ligadas pelo conectivo "OU... OU...". A disjunção excludente "ou A ou B" pode ser representada simbolicamente como: **A $\underline{\vee}$ B.**

PREMISSAS EXCLUDENTES:
Premissas excludentes são aquelas que NÃO podem ocorrer simultaneamente. Portanto, o "ou... ou..." significa que somente uma das premissas poderá ser verdadeira e que a premissa verdadeira será única, ou seja, não pode haver mais de uma premissa verdadeira.

EXEMPLO:
A: Diego viajará para Londres.
B: Fábio viajará para a Bahia.
Disjunção Excludente = Ou Diego viajará para Londres ou Fábio viajará para a Bahia. (A $\underline{\vee}$ B)

TABELA-VERDADE

A	B	A $\underline{\vee}$ B
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

CONCLUSÃO:
Uma disjunção excludente é verdadeira quando apenas uma das proposições for verdadeira. Caso contrário será falsa!

ANÁLISE DAS PROPOSIÇÕES:
Seja a a proposição **A $\underline{\vee}$ B** podemos concluir:
1) Se A = V, então B será obrigatoriamente F.
2) Se B = V, então A será obrigatoriamente F.
3) Se A = F, então B será obrigatoriamente V.
4) Se B = F, então A será obrigatoriamente V.

CONDICIONAL (SE... ENTÃO...)

Denominamos condicional a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "SE... ENTÃO..." ou por uma de suas formas equivalentes. A proposição condicional "*Se* A *então* B" pode ser representada simbolicamente como: **A $\rightarrow$ B**.

EXEMPLO:
A: José é cearense.
B: José é brasileiro.
Condicional = Se José é cearense então José é brasileiro. (A $\rightarrow$ B)

OBS: A primeira proposição de uma condicional é chamada de condição e a segunda proposição é chamada de conclusão.

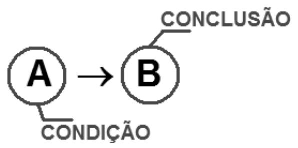


TABELA-VERDADE:

A	B	A $\rightarrow$ B
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

CONCLUSÃO:
Uma condicional é falsa somente quando a primeira premissa é verdadeira e a segunda é falsa, sendo verdadeira em todos os outros casos.

Isso significa que, numa proposição condicional, a única situação que não pode ocorrer é uma condição verdadeira implicar uma conclusão falsa.

Alguns dos resultados da tabela anterior podem parecer absurdos à primeira vista.

A fim de esclarecer o significado de cada um dos resultados possíveis numa sentença condicional, considere a seguinte situação (apenas para fins didáticos):

SE NASCI EM FORTALEZA, ENTÃO SOU CEARENSE.

Agora responda: qual é a única maneira de essa proposição estar incorreta? Ora, só há um jeito de essa frase ser falsa: se a primeira parte for verdadeira, e a segunda for falsa. Ou seja, se é verdade que eu nasci em Fortaleza, então necessariamente é verdade que eu sou cearense.

Então se alguém disser que é verdadeiro que eu nasci em Fortaleza, e que é falso que eu sou cearense, então esta condicional será falsa.

O fato de eu ter nascido em Fortaleza é condição suficiente (basta isso!) para que se torne um resultado necessário que eu seja cearense.

ANÁLISE DAS PROPOSIÇÕES:

1) Seja a proposição $\mathbf{A \rightarrow B}$ podemos concluir:
   a) Se A = V, então B será obrigatoriamente V.
   b) Se A = F, então B pode ser V ou F.
   c) Se B = V, então A pode ser V ou F.
   d) Se B = F, então A será obrigatoriamente F.

2) Percebe-se do item d que a proposição $A \rightarrow B$ é equivalente a:

$$\sim B \rightarrow \sim A$$

Se a premissa B for falsa, então a premissa A será falsa.

OUTRAS FORMAS DA CONDICIONAL:

As seguintes expressões podem se empregar como *equivalentes* de "*Se* A *então* B":

1) Se A, B.
2) B, se A.
3) Todo A é B.
4) A implica B.
5) A somente se B.
6) **A é condição suficiente para B.**
7) **B é condição necessária para A.**

Destas duas últimas representações, as mais comuns em provas de concursos, podemos escrever:

BICONDICIONAL (SE E SOMENTE SE)

Denominamos bicondicional a proposição composta formada por duas proposições quaisquer que estejam ligadas pelo conectivo "SE E SOMENTE SE" ou por uma de suas formas equivalentes. A proposição bicondicional "A *se e somente se* B" pode ser representada simbolicamente como: $\mathbf{A \leftrightarrow B}$.

EXEMPLO:

A: Ricardo é meu tio.
B: Ricardo é irmão de um dos meus pais.
Bicondicional = Ricardo é meu tio se e somente se Ricardo é irmão de um dos meus pais. ($A \leftrightarrow B$)

TABELA-VERDADE

A	B	$A \leftrightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

CONCLUSÃO:
1) A bicondicional é verdadeira somente quando A e B têm o mesmo valor lógico (ambas são verdadeiras ou ambas são falsas).
2) A bicondicional é falsa quando A e B têm valores lógicos contrários.

Como próprio nome e símbolo sugerem, uma proposição bicondicional "A *se e somente se* B" é equivalente à proposição composta "Se A então B e se B então A":

$$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

OUTRAS FORMAS DA BICONDICIONAL:

Podem-se empregar também como equivalentes de "A *se e somente se* B" as seguintes expressões:

A se e só se B.
Todo A é B e todo B é A.
Todo A é B e reciprocamente.
A somente se B e B somente se A.
A é condição necessária e suficiente para que B ocorra.
B é condição necessária e suficiente para que A ocorra.

TAUTOLOGIA

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições é uma tautologia se ela for SEMPRE VERDADEIRA independentemente dos valores lógicos das proposições que a compõe.

EXEMPLO$_1$:

A proposição "A ou não A" é uma tautologia, pois é sempre verdadeira independentemente dos valores lógicos de A. Veja a tabela-verdade:

A	~A	A ∨ ~A
V	F	V
F	V	V

EXEMPLO$_2$:

A proposição "Se (A e B) então (A ou B)" também é uma tautologia, pois é sempre verdadeira independentemente dos valores lógicos de A e de B, como se pode observar na tabela-verdade abaixo:

A	B	A e B	A ou B	(A e B) →(A ou B)
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

CONTRADIÇÃO

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições é uma contradição se ela for SEMPRE FALSA independentemente dos valores lógicos das proposições que a compõe.

EXEMPLO:

A proposição "A se e somente se não A"é uma contradição, pois é sempre falsa independentemente dos valores lógicos de A e de não A, como se pode observar na tabela-verdade abaixo:

A	~A	A ↔ ~A
V	F	F
F	V	F

ATENÇÃO!

Como uma tautologia é sempre verdadeira e uma contradição, sempre falsa, tem-se que uma é a negação da outra, logo: "A negação de uma tautologia é sempre uma contradição e a negação de uma contradição é sempre uma tautologia".

CONTINGÊNCIA

Contingências são proposições que têm em suas tabelas-verdade, valores verdadeiros e falsos.

EXEMPLO:

As seguintes proposições são contingências:

A	B	A ∧ B	A ∨ B	A → B	A ↔ B
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

Dizemos que duas proposições são logicamente equivalentes ou, simplesmente, que são equivalentes quando são compostas pelas mesmas proposições simples e os resultados de suas tabelas verdade são idênticos. Uma consequência prática da equivalência lógica é que ao trocar uma dada proposição por qualquer outra que lhe seja equivalente, estamos apenas mudando a maneira de dizê-la.

A equivalência lógica entre duas proposições, A e B, pode ser simbolicamente representada da seguinte forma: A ⇔ B

EXEMPLO:

As proposições (A → B) e (~A ∨ B) são equivalentes, pois possuem os mesmos resultados em suas tabelas-verdade:

A	B	A → B	~A ∨ B
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

Obs.: Os símbolos ↔ e ⇔ são distintos? Sim.

↔ indica uma operação lógica = bicondicional

⇔ estabelece que duas proposições são equivalentes.

ALGUMAS EQUIVALÊNCIAS LÓGICAS

Leis Associativas:

1. (A ∧ B) ∧ C ⇔ A ∧ (B ∧ C)
2. (A ∨ B) ∨ C ⇔ A ∨ (B ∨ C)

Leis Comutativas:

1. A ∧ B ⇔ B ∧ A
2. A ∨ B ⇔ B ∨ A
3. A ↔ B ⇔ B ↔ A
4. A → B ≠ B → A (NÃO SÃO EQUIVALENTES)

Leis Distributivas:

3. A ∧ (B ∨ C) ⇔ (A ∧ B) ∨ (A ∧ C)
4. A ∨ (B ∧ C) ⇔ (A ∨ B) ∧ (A ∨ C)

EQUIVALÊNCIAS MUITO IMPORTANTES!!!

Lei da dupla negação:

1. ~(~A) ⇔ A

Equivalências da Conjunção e da Disjunção:

1. A ∨ B ⇔ ~A → B ⇔ ~B → A
2. A ∧ B ⇔ ~(A → ~B) ⇔ ~(B → ~A)

Equivalências da Condicional:

1. A → B ⇔ ~B → ~A (CONTRA-POSITIVA)
2. A → B ⇔ ~A ∨ B
3. A → B e B → A (RECÍPROCAS = NÃO SÃO EQUIVALENTES!!!)

IMPORTANTE:

Da condicional: "Se a piscina é funda, então não vou nadar", temos:

A **recíproca**: "Se não vou nadar, então a piscina é funda".

A contra positiva: "Se vou nadar, então a piscina não é funda".

LEIS DE AUGUSTUS DE MORGAN – NEGAÇÃO

Um problema de grande importância para a lógica é o da identificação de proposições equivalentes à negação de uma proposição dada. Negar uma proposição simples é uma tarefa que não oferece grandes obstáculos, entretanto, podem surgir algumas dificuldades quando procuramos identificar a negação de uma proposição composta.

Como vimos anteriormente, a negação de uma proposição deve ter sempre valor lógico oposto ao da proposição dada. Desse modo sempre que uma proposição A for verdadeira, a sua negação não A deve ser falsa e sempre que A for falsa não A deve ser verdadeira.

Em outras palavras,

> A negação de uma proposição deve ser contraditória com a proposição dada.

Vejamos abaixo as equivalências mais comuns para negações de algumas proposições compostas:

1) Negação da Conjunção: $\sim(A \wedge B) \Leftrightarrow \sim A \vee \sim B$
DICA: Nega as duas proposições e troca o "e" pelo "ou".

2) Negação da Disjunção: $\sim(A \vee B) \Leftrightarrow \sim A \wedge \sim B$
DICA: Nega as duas proposições e troca o "ou" pelo "e".

3) Negação de uma Condicional: $\sim(A \rightarrow B) \Leftrightarrow A \wedge \sim B$
DICA: Mantém a primeira proposição "e" nega a segunda.

4) Negação da Bicondicional: $\sim(A \leftrightarrow B) \Leftrightarrow \sim A \leftrightarrow B \Leftrightarrow A \leftrightarrow \sim B$
DICA: Nega-se uma das duas, se e somente se, mantém a outra proposição.

LEMBRE-SE:
~(Todo A é B) ⇔ Algum A não é B. (Pelo menos uma A não é B)
~(Algum A é B) ⇔ Nenhum A é B.

EXEMPLOS: Negue as proposições:

P_1: Paulo é alto e Jane é não bonita.
$\sim P_1$: Paulo não é alto ou Jane é bonita.

P_2: Vou de carro ou chego atrasado.
$\sim P_2$: Não vou de carro e não chego atrasado.

P_4: Se o governo faz economia então não aplica em obras públicas.
$\sim P_4$: O governo faz economia e aplica em obras públicas.

P_5: Se x é par, então x não é primo.
$\sim P_5$: x é par e x é primo.

P_6: Carlos vai ao cinema se e somente se Maria fica em casa.
$\sim P_6$: Carlos não vai ao cinema se e somente se Maria fica em casa.
Carlos vai ao cinema se e somente se Maria não fica em casa.

TABELAS - VERDADE

Trataremos agora um pouco mais a respeito de uma **TABELA-VERDADE**.

Aprendemos que se trata de uma tabela mediante qual são analisados os valores lógicos de proposições compostas.

Nos tópicos anteriores, vimos que uma *Tabela-Verdade* que contém duas proposições apresentará exatamente um número de quatro linhas! Mas e se estivermos analisando uma proposição composta com três ou mais proposições componentes? Como ficaria a tabela-verdade neste caso?

NÚMERO DE LINHAS DA TABELA-VERDADE

Para qualquer caso, teremos que o número de linhas de uma tabela-verdade será dado por:

$$N = 2^{\text{nº de proposições simples}}$$

Ou seja: se estivermos trabalhando com duas proposições p e q, então a tabela-verdade terá 4 linhas, já que $2^2 = 4$. E se estivermos trabalhando com uma proposição composta que tenha três componentes p, q e r? Quantas linhas terá essa tabela-verdade? Terá 8 linhas, uma vez que $2^3 = 8$. E assim por diante.

CONSTRUINDO UMA TABELA VERDADE

Na hora de construirmos a *tabela-verdade* de uma proposição composta qualquer, teremos que seguir uma certa ordem de precedência dos conectivos. Ou seja, os nossos passos terão que obedecer a uma sequência.

Começaremos sempre trabalhando com o que houver dentro dos parênteses. Só depois, passaremos ao que houver fora deles. Em ambos os casos, sempre obedecendo à seguinte ordem:

1º) Faremos as **negações (~)**;
2º) Faremos as **conjunções (E)** ou **disjunções (OU)**, na ordem em que aparecerem;
3º) Faremos a **condicional (SE...ENTÃO...)**;
4º) Faremos a **bicondicional (...SE E SOMENTE SE...)**.

PARA DUAS PROPOSIÇÕES A e B:

Construa a *tabela-verdade* da seguinte proposição composta: $(A \wedge \sim B) \vee (B \wedge \sim A)$

Sol.: Observamos que há dois parênteses. Começaremos, pois, a trabalhar o primeiro deles, isoladamente. Nossos passos, obedecendo à *ordem de precedência* dos conectivos, serão os seguintes:

1º Passo) A negação de **B**:

A	B	~B
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	V

2º Passo) A conjunção:

A	B	~B	(A ∧ ~B)
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F

Deixemos essa *coluna-resultado* "guardada" para daqui a pouco, e passemos a trabalhar o segundo parênteses. Teremos:

3º Passo) A negação de **A**:

A	B	~A
V	V	F
V	F	F
F	V	V
F	F	V

4º Passo) A conjunção:

A	B	~A	(B ∧ ~A)
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

5º Passo) Uma vez trabalhados os dois parênteses, faremos, por fim, a disjunção que os une.
Teremos:

(A ∧ ~B)	(B ∧ ~A)	(A ∧ ~B) v (B ∧ ~A)
F	F	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Se quiséssemos, poderíamos ter feito tudo em uma única tabela maior, da seguinte forma:

A	B	~A	~B	(A ∧ ~B)	(B ∧ ~A)	(A ∧ ~B) v (B ∧ ~A)
V	V	F	F	F	F	F
V	F	F	V	V	F	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	F	F	F

PARA TRÊS PROPOSIÇÕES A, B e C:

Suponhamos que alguém (uma questão de prova, por exemplo!) nos peça que construamos a *tabela-verdade* da proposição composta seguinte: (A ∧ ~B) → (B v ~C). A leitura dessa proposição é a seguinte: *Se A e não B, então B ou não C.*

Começaremos sempre com a estrutura inicial para três proposições. Teremos:

A	B	C
V	V	V
V	V	F
V	F	V
F	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Daí, já sabemos que existe uma *ordem de precedência* a ser observada, de modo que trabalharemos logo os parênteses da proposição acima. Começando pelo primeiro deles, faremos os seguintes passos:

1º Passo) Negação de **B**:

A	B	C	~B
V	V	V	F
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	F	V

2º Passo) A *conjunção* do primeiro parênteses: *(Só recordando: somente se as duas partes forem verdadeiras é que a conjunção (**e**) também o será!)*

A	B	C	~B	A ∧ ~B
V	V	V	F	F
V	V	F	F	F
V	F	V	V	V
F	V	V	F	F
V	F	F	V	V
F	V	F	F	F
F	F	V	V	F
F	F	F	V	F

3º Passo) Trabalhando agora com o segundo parênteses, faremos a negação de **C**:

A	B	C	~C
V	V	V	F
V	V	F	V
V	F	V	F
F	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	V	F
F	F	F	V

4º Passo) A *disjunção* do segundo parênteses:
Só recordando: basta que uma parte seja verdadeira, e a disjunção (**ou**) também o será!

A	B	C	~C	B v ~C
V	V	V	F	V
V	V	F	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	V	F	F
F	F	F	V	V

5º Passo) Finalmente, já tendo trabalhado os dois parênteses separadamente, agora vamos fazer a *condicional* que os une: *Só recordando: a condicional só será falsa se tivermos VERDADEIRO na primeira parte e FALSO na segunda!*

A ∧ ~B	B v ~C	(A ∧ ~B) → (B v ~C)
F	V	V
F	V	V
V	F	F
F	V	V
V	V	V
F	V	V
F	F	V
F	V	V

Novamente, se assim o quiséssemos, poderíamos ter feito todo o trabalho em uma só tabela, como se segue:

A	B	C	~B	~C	A ∧ ~B	B v ~C	(A ∧ ~B) → (B v ~C)
V	V	V	F	F	F	V	V
V	V	F	F	V	F	V	V
V	F	V	V	F	V	F	F
F	V	V	F	F	F	V	V
V	F	F	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	V	F	F	F	V
F	F	F	V	V	F	V	V

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. (FCC) Define-se sentença como qualquer oração que tem sujeito (o termo a respeito do qual se declara alguma coisa) e predicado (o que se declara sobre o sujeito). Na relação que segue há expressões e sentenças:

1. Tomara que chova!
2. Que horas são?
3. Três vezes dois são cinco.
4. Quarenta e dois detentos.
5. Policiais são confiáveis.
6. Exercícios físicos são saudáveis.

De acordo com a definição dada, é correto afirmar que, dos itens da relação acima, são sentenças APENAS os de números

a) 1, 3 e 5. b) 2, 3 e 5. c) 3, 5 e 6.
d) 4 e 6. e) 5 e 6.

SOLUÇÃO:
De acordo com a definição do enunciado, analisando as opções temos:

1. Tomara que chova! ⇒ Não é sentença, pois não tem sujeito.

2. Que horas são? ⇒ Não é sentença, pois não tem sujeito.

3. Três vezes dois são cinco. ⇒ É uma sentença. Sujeito = Três vezes dois; Predic. = são cinco.

4. Quarenta e dois detentos. ⇒ Não é uma sentença, pois tem apenas sujeito.

5. Policiais são confiáveis. ⇒ É uma sentença. Sujeito = Policiais; Predic. = são confiáveis.

6. Exercícios físicos são saudáveis. ⇒ É uma sentença. Sujeito = Exercícios físicos; Predic. = são saudáveis.

Logo, são sentenças apenas os itens de números 3, 5 e 6.
Resposta: item C.

02. (FCC) Das cinco frases abaixo, quatro delas têm uma mesma característica lógica em comum, enquanto uma delas não tem essa característica.

I. Que belo dia!
II. Um excelente livro de raciocínio lógico.
III. O jogo terminou empatado?
IV. Existe vida em outros planetas do universo.
V. Escreva uma poesia.

A frase que não possui essa característica comum é a:
a) IV. b) V. c) I.
d) II. e) III.

SOLUÇÃO:
A característica que a questão menciona é o fato de as frases serem proposições ou não.
1) É proposição:
IV. (sujeito = vida / predicado = existe em outros planetas do universo.
2) Não são proposições:
I. Que belo dia! = Frase exclamativa.
II. Um excelente livro de raciocínio lógico. = Sem predicado.
III. O jogo terminou empatado? = Frase interrogativa.
V. Escreva uma poesia. = Frase imperativa.
Resposta: item A.

03. (FCC) Considere as seguintes premissas:
p : Trabalhar é saudável
q : O cigarro mata.
A afirmação "Trabalhar não é saudável" ou "o cigarro mata" é FALSA se
a) p é falsa e ~q é falsa.
b) p é falsa e q é falsa.
c) p e q são verdadeiras.
d) p é verdadeira e q é falsa.
e) ~p é verdadeira e q é falsa.

SOLUÇÃO:
Esta questão é bem simples! Basta lembrar que uma disjunção (p **ou** q) só será falsa se as duas proposições simples que a formam forem ambas falsas.
A afirmação "Trabalhar **não** é saudável" **ou** "o cigarro mata", é representada por: ~p ou q. Logo, para que a afirmação "~p ou q" seja FALSA, devemos ter:
1) ~p = F (ou ainda, **p = V**, já que uma é a negação da outra)
2) **q = F** (ou ainda, ~q = V, já que uma é a negação da outra)
Observando os termos em negrito, podemos afirmar que a resposta é o item D.

04. (FCC) Sejam as proposições:
p: atuação compradora de dólares por parte do Banco Central;

q: fazer frente ao fluxo positivo.
Se p implica em q, então:
(A) a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central é condição necessária para fazer frente ao fluxo positivo.
(B) fazer frente ao fluxo positivo é condição suficiente para a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central.
(C) a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central é condição suficiente para fazer frente ao fluxo positivo.
(D) fazer frente ao fluxo positivo é condição necessária e suficiente para a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central.
(E) a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central não é condição suficiente e nem necessária para fazer frente ao fluxo positivo.

SOLUÇÃO:
Uma proposição do tipo "p implica em q" (condicional) pode ser escrita das seguintes formas:
1) p é condição suficiente para q;
2) q é condição necessária para p.
Logo, se
p: atuação compradora de dólares por parte do Banco Central;
q: fazer frente ao fluxo positivo.
Então podemos escrever:
1) A atuação compradora de dólares por parte do Banco Central é **condição suficiente** para fazer frente ao fluxo positivo. (item C)
2) Fazer frente ao fluxo positivo é **condição necessária** para a atuação compradora de dólares por parte do Banco Central.
Resposta: item C.

05. (FCC) A correta negação da proposição "todos os cargos deste concurso são de analista judiciário" é:
(A) alguns cargos deste concurso são de analista judiciário.
(B) existem cargos deste concurso que não são de analista judiciário.
(C) existem cargos deste concurso que são de analista judiciário.
(D) nenhum dos cargos deste concurso não é de analista judiciário.
(E) os cargos deste concurso são ou de analista, ou no judiciário.

SOLUÇÃO:
A negação de uma proposição do tipo "Todo P é Q" é dada por "Algum P não é Q" ou ainda "Existe P que não é Q". Logo, a correta negação da proposição "todos os cargos deste concurso são de analista judiciário" é: "existem cargos deste concurso que não são de analista judiciário".
Resposta: item B.

06. (CESPE) Independentemente da valoração V ou F atribuída às proposições A e B, é correto concluir que a proposição $\neg(A \vee B) \vee (A \vee B)$ é sempre V.

SOLUÇÃO:
Em outras palavras, dizer que a proposição $\neg(A \vee B) \vee (A \vee B)$ é sempre V, independentemente da valoração V ou F atribuída às proposições A e B, é a mesma coisa que dizer que esta proposição é uma **TAUTOLOGIA**. Para fazer esta verificação basta desenharmos a tabela verdade desta proposição. Logo:

A	B	$A \vee B$	$\neg(A \vee B)$	$\neg(A \vee B) \vee (A \vee B)$
V	V	V	F	V
V	F	V	F	V
F	V	V	F	V
F	F	F	V	V

Com isso, podemos ver que a proposição $\neg(A \vee B) \vee (A \vee B)$ é sempre V, independente dos valores lógicos das proposições A e B.
Resposta: Item Certo

07. (FCC) São dadas as seguintes proposições simples:
p : Beatriz é morena;
q : Beatriz é inteligente;
r : Pessoas inteligentes estudam.
Se a implicação $(p \wedge \sim r) \rightarrow \sim q$ é FALSA, então é verdade que:
(A) Beatriz é uma morena inteligente e pessoas inteligentes estudam.
(B) Pessoas inteligentes não estudam e Beatriz é uma morena não inteligente.
(C) Beatriz é uma morena inteligente e pessoas inteligentes não estudam.
(D) Pessoas inteligentes não estudam mas Beatriz é inteligente e não morena.
(E) Beatriz não é morena e nem inteligente, mas estuda.

SOLUÇÃO:
Sabendo que uma proposição do tipo condicional $(A \rightarrow B)$ é falsa somente quando A = V e B = F, então, na proposição $(p \wedge \sim r) \rightarrow \sim q$, temos que:
$A = (p \wedge \sim r) = V$
$B = \sim q = F$, logo **q = V**
Como uma proposição do tipo conjunção $(A \wedge B)$ é verdadeira quando A = V e B = V, então:
Se $(p \wedge \sim r) = V$, logo **p = V** e **~r = V**.
Com isso, concluímos que:
$q = V \Rightarrow$ Beatriz é inteligente.
$p = V \Rightarrow$ Beatriz é morena.
$\sim r = V \Rightarrow$ Pessoas inteligentes não estudam
Resposta:Item C.

08. (FCC) São dadas as seguintes proposições:
(1) Se Jaime trabalha no Tribunal de Contas, então ele é eficiente.
(2) Se Jaime não trabalha no Tribunal de Contas, então ele não é eficiente.
(3) Não é verdade que, Jaime trabalha no Tribunal de Contas e não é eficiente.
(4) Jaime é eficiente ou não trabalha no Tribunal de Contas.
É correto afirmar que são logicamente equivalentes apenas as proposições de números
a) 2 e 4 b) 2 e 3 c) 2, 3 e 4
d) 1, 2 e 3 e) 1, 3 e 4

SOLUÇÃO:
Sejam as proposições:

A = Jaime trabalha no Tribunal de Contas.
B = Jaime é eficiente.

Do enunciado temos>

(1) $A \to B$.
(2) $\neg A \to \neg B$.
(3) $\neg(A \text{ e } \neg B)$.
(4) B ou $\neg A$.

Construindo a tabela-verdade das proposições do enunciado, obtemos:

A	B	¬A	¬B	A e ¬B	(1) A → B	(2) ¬A → ¬B	(3) ¬(A e ¬B)	(4) B ou ¬A
V	V	F	F	F	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	V	V	V

Como proposições equivalentes são aquelas que têm exatamente a mesma tabela-verdade, então as proposições equivalentes são as proposições 1, 3 e 4.
Resposta: Item E

09. (CESPE) Considere as seguintes proposições.

• $(7 + 3 = 10) \vee (5 - 12 = 7)$
• A palavra crime é dissílaba.
• Se lâmpada é uma palavra trissílaba, então lâmpada tem acentuação gráfica.
• $(8 - 4 = 4) \vee (10 + 3 = 13)$
• Se $x = 4$ então $x + 3 < 6$.

Entre essas proposições, há exatamente duas com interpretação F.

SOLUÇÃO:
De acordo com o texto, temos:
1) $(7 + 3 = 10) \vee (5 - 12 = 7) \Rightarrow V \vee F = V$.
2) A palavra crime é dissílaba. ⇒ V. (cri – me)
3) Se lâmpada é uma palavra trissílaba, então lâmpada tem acentuação gráfica. $\Rightarrow V \to V = V$.
4) $(8 - 4 = 4) \vee (10 + 3 = 13) \Rightarrow V \vee V = V$.
5) Se $x = 4$ então $x + 3 < 6$. ⇒ não dá pra saber se é V ou F, pois não sabemos o valor de x.
Resposta: Item Errado, pois apenas um item tem valor lógico falso.

10. (FCC) Em uma declaração ao tribunal, o acusado de um crime diz:

"No dia do crime, não fui a lugar nenhum. Quando ouvi a campainha e percebi que era o vendedor, eu disse a ele: - hoje não compro nada. Isso posto, não tenho nada a declarar sobre o crime."

Embora a dupla negação seja utilizada com certa frequência na língua portuguesa como um reforço da negação, do ponto de vista puramente lógico, ela equivale a uma afirmação. Então, do ponto de vista lógico, o acusado afirmou, em relação ao dia do crime, que

(A) não foi a lugar algum, não comprou coisa alguma do vendedor e não tem coisas a declarar sobre o crime.
(B) não foi a lugar algum, comprou alguma coisa do vendedor e tem coisas a declarar sobre o crime.
(C) foi a algum lugar, comprou alguma coisa do vendedor e tem coisas a declarar sobre o crime.
(D) foi a algum lugar, não comprou coisa alguma do vendedor e não tem coisas a declarar sobre o crime.
(E) foi a algum lugar, comprou alguma coisa do vendedor e não tem coisas a declarar sobre o crime.

SOLUÇÃO:
A lei da dupla negação diz que: negar duas vezes a mesma proposição, é equivalente a não ter negado, ou seja, ~(~P) é equivalente a P. Logo, analisando cada afirmação do acusado, teremos:

1) "No dia do crime, <u>não</u> fui a lugar <u>nenhum</u>" ⇒ Como ele nega duas vezes a mesma coisa, temos que ele **foi a algum lugar**.

2) "hoje <u>não</u> compro <u>nada</u>" ⇒ aqui ele nega duas vezes o fato de comprar, logo, ele **comprou alguma coisa do vendedor**.

3) "<u>não</u> tenho <u>nada</u> a declarar sobre o crime" ⇒ Nesta, ele nega duas vezes sobre ter algo a declarar. Então ele **tem coisas a declarar sobre o crime**.

Resposta: item C.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. Analise as frases abaixo e marque "Sim" (X) se forem proposições e "Não" (X) se não forem proposições.

a) O TCE/AC tem como função fiscalizar o orçamento do estado do Acre. S ( ) N ( )
b) O barão do Rio Branco foi um diplomata notável. S ( ) N ( )
c) "A frase dentro destas aspas é uma mentira." S ( ) N ( )
d) Qual é o horário do filme? S ( ) N ( )
e) Que belas flores! S ( ) N ( )
f) O BB foi criado em 1980. S ( ) N ( )
g) O número 1.024 é uma potência de 2. S ( ) N ( )
h) Faça seu trabalho corretamente. S ( ) N ( )
i) Esta proposição é falsa. S ( ) N ( )
j) Quantos são os conselheiros do TCE/AC? S ( ) N ( )
l) A expressão X+Y é positiva. S ( ) N ( )
m) Ele é um procurador de justiça muito competente. S ( ) N ( )
n) Em Vila Velha, visite o Convento da Penha. S ( ) N ( )
o) O Brasil é pentacampeão de futebol. S ( ) N ( )

02. Determine o verdadeiro valor lógico (V ou F) de cada uma das seguintes proposições compostas.

a) $3 + 2 = 7$ e $5 + 5 = 10$. ( )
b) $1 > 0 \wedge 2 + 2 = 4$. ( )
c) $3 \neq 3$ ou $5 \neq 5$. ( )
d) Se $3 + 2 = 7$, então $4 + 4 = 8$. ( )
e) 7 é primo $\vee$ 4 é primo. ( )
f) Se $3 + 2 = 6$ então $4 + 4 = 9$. ( )
g) Se $\sqrt{3} = 1$ então $-1 < -2$. ( )
h) Paris está na Inglaterra ou Londres está na França. ( )
j) $3 + 4 = 7$ se e somente se $5^3 = 125$. ( )
l) Não é verdade que 12 é impar. ( )

m) Não é verdade que 2 + 2 = 5 se, e somente se 4 + 4 = 10. (   )
n) É Falso que 1 + 1 = 3 ou 2 + 1 = 3. (   )
o) É Falso que se Paris está na Inglaterra, então Londres está na Franca. (   )

03. (FCC) Considere as seguintes frases:
I. Ele foi o melhor jogador do mundo em 2005.
II. (x+y)/5 é um número inteiro.
III. João da Silva foi o secretário da Fazenda do Estado de São Paulo em 2000.
É verdade que apenas:
a) I e II são sentenças abertas.
b) I e III são sentenças abertas.
c) II e III são sentenças abertas.
d) I é uma sentença aberta.
e) II é uma sentença aberta.

04. (FCC) Sabe-se que sentenças são orações com *sujeito* (o termo a respeito do qual se declara algo) e *predicado* (o que se declara sobre o sujeito). Na relação seguinte há expressões e sentenças:
1. A terça parte de um número.
2. Jasão é elegante.
3. Mente sã em corpo são.
4. Dois mais dois são 5.
5. Evite o fumo.
6. Trinta e dois centésimos.
É correto afirmar que, na relação dada, são sentenças APENAS os itens de números
a) 1, 4 e 6.
b) 2, 4 e 5.
c) 2, 3 e 5.
d) 3 e 5.
e) 2 e 4.

05. (FCC) Leia atentamente as proposições P e Q:
P: o computador é uma máquina.
Q: compete ao cargo de técnico judiciário a construção de computadores.
Em relação às duas proposições, é correto afirmar que
a) a proposição composta "P ou Q" é verdadeira.
b) a proposição composta "P e Q" é verdadeira.
c) a negação de P é equivalente à negação de Q.
d) P é equivalente a Q.
e) P implica Q.

06. (CESPE) Considere que a proposição composta “Alice não mora aqui ou o pecado mora ao lado” e a proposição simples “Alice mora aqui” sejam ambas verdadeiras. Nesse caso, a proposição simples “O pecado mora ao lado” é verdadeira.

07. (FCC) Dadas as proposições simples p e q, tais que p é verdadeira e q é falsa, considere as seguintes proposições compostas:
(1) $p \wedge q$; (2) $\sim p \rightarrow q$; (3) $\sim(p \vee \sim q)$; (4) $\sim(p \leftrightarrow q)$
Quantas dessas proposições compostas são verdadeiras?
a) Nenhuma.
b) Apenas uma.
c) Apenas duas.
d) Apenas três.
e) Quatro.

08. (FCC) Dadas as proposições compostas :
I) $3 + 4 = 7 \leftrightarrow 5^3 = 125$
II) $3 + 2 = 6 \rightarrow 4 + 4 = 9$
III) $\sqrt{3} > 1$ U π não é um número real
IV) $\sqrt{2} > 1 \rightarrow 2^0 = 2$
V) $-2 > 0 \leftrightarrow \pi^2 < 0$
A que tem valor lógico **FALSO** é a
a) I
b) II
c) III
d) V
e) IV

09. (FCC) Dadas as proposições:
I) $\sim(1 + 1 = 2 \leftrightarrow 3 + 4 = 5)$
II) $\sim(2 + 2 \neq 4 \wedge 3 + 5 = 8)$
III) $4^3 \neq 64 \leftrightarrow (3 + 3 = 7 \leftrightarrow 1 + 1 = 2)$
IV) $(2^3 \neq 8 \vee 4^2 \neq 4^3)$
V) $3^4 = 81 \leftrightarrow \sim(2 + 1 = 3 \wedge 5 \times 0 = 0)$
A que tem valor lógico **FALSO** é a
a) IV
b) V
c) III
d) II
e) I

10. (FCC) São dadas as seguintes proposições simples:
p : Beatriz é morena;
q : Beatriz é inteligente;
r : Pessoas inteligentes estudam.
Se a implicação $(p \wedge \sim r) \rightarrow \sim q$ é FALSA, então é verdade que
a) Beatriz é uma morena inteligente e pessoas inteligentes estudam.
b) Pessoas inteligentes não estudam e Beatriz é uma morena não inteligente.
c) Beatriz é uma morena inteligente e pessoas inteligentes não estudam.
d) Pessoas inteligentes não estudam mas Beatriz é inteligente e não morena.
e) Beatriz não é morena e nem inteligente, mas estuda.

11. Numa fábrica todos os empregados recebem vale transporte ou vale-refeição. A partir desta informação, é correto concluir que:
a) todos os empregados recebem vale-transporte ou todos os empregados recebem vale-refeição
b) todo empregado que não recebe vale-transporte recebe vale-refeição
c) algum empregado recebe vale-transporte e não recebe vale-refeição
d) algum empregado recebe vale-transporte e vale-refeição

12. (FCC) São dadas as seguintes proposições:
− p: Computadores são capazes de processar quaisquer tipos de dados.
− q: É possível provar que $\infty + 1 = \infty$.
Se p implica em q, então o fato de:

a) ser possível provar que $\infty + 1 = \infty$ é uma condição necessária e suficiente para que os computadores sejam capazes de processar quaisquer tipos de dados.
b) computadores serem capazes de processar quaisquer tipos de dados não é condição necessária e nem suficiente para que seja possível provar que $\infty + 1 = \infty$.
c) ser possível provar que $\infty + 1 = \infty$ é uma condição suficiente para que os computadores sejam capazes de processar quaisquer tipos de dados.
d) computadores serem capazes de processar quaisquer tipos de dados é condição necessária para que
seja possível provar que $\infty + 1 = \infty$.
e) ser possível provar que $\infty + 1 = \infty$ é condição necessária para que os computadores sejam capazes de processar quaisquer tipos de dados.

13. (ESAF) Se Marcos não estuda, João não passeia. Logo,
a) Marcos estudar é condição necessária para João não passear.
b) Marcos estudar é condição suficiente para João passear.
c) Marcos não estudar é condição necessária para João não passear.
d) Marcos não estudar é condição suficiente para João passear.
e) Marcos estudar é condição necessária para João passear.

14. (FCC) Considere a seguinte proposição: "na eleição para a prefeitura, o candidato A será eleito ou não será eleito". Do ponto de vista lógico, a afirmação da proposição caracteriza:
a) um silogismo.
b) uma tautologia.
c) uma equivalência.
d) uma contingência.
e) uma contradição.

15. Assinale a alternativa que é logicamente equivalente à negação de: "Não estudo e passo no concurso".
a) Estudo e passo no concurso.
b) Estudo ou passo no concurso.
c) Se estudo então não passo no concurso.
d) Se não estudo, então não passo no concurso.
e) Não estudo e não passo no concurso.

16. (FCC) A negação da sentença "A Terra é chata e a Lua é um planeta." é:
a) Se a Terra é chata, então a Lua não é um planeta.
b) Se a Lua não é um planeta, então a Terra não é chata.
c) A Terra não é chata e a Lua não é um planeta.
d) A Terra não é chata ou a Lua é um planeta.
e) A Terra não é chata se a Lua não é um planeta.

17. (CESPE) A negação da proposição "O presidente é o membro mais antigo do tribunal e o corregedor é o vice-presidente" é "O presidente é o membro mais novo do tribunal e o corregedor não é o vice-presidente".

18. (FCC) Considere as proposições simples:
p: Maly é usuária do Metrô e q: Maly gosta de dirigir automóvel
A negação da proposição composta $p \wedge \sim q$ é:
a) Maly não é usuária do Metrô ou gosta de dirigir automóvel.
b) Maly não é usuária do Metrô e não gosta de dirigir automóvel.
c) Não é verdade que Maly não é usuária do Metrô e não gosta de dirigir automóvel.
d) Não é verdade que, se Maly não é usuária do Metrô, então ela gosta de dirigir automóvel.
e) Se Maly não é usuária do Metrô, então ela não gosta de dirigir automóvel.

19. (ESAF) Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que:
a) Pedro não é pobre ou Alberto não é alto.
b) Pedro não é pobre e Alberto não é alto.
c) Pedro é pobre ou Alberto é alto.
d) Se Pedro não é pobre, então Alberto é alto.
e) Se Pedro não é pobre, então Alberto não é alto.

20. (ESAF) Uma sentença lógica equivalente a "Se Pedro é economista, então Luisa é solteira." é:
a) Pedro é economista ou Luisa é solteira.
b) Pedro é economista ou Luisa não é solteira.
c) Se Luisa é solteira, Pedro é economista.
d) Se Pedro não é economista, então Luisa não é solteira.
e) Se Luisa não é solteira, então Pedro não é economista.

21. (ESAF) Dizer que "André é artista ou Bernardo não é engenheiro" é logicamente equivalente a dizer que:
a) André é artista se e somente se Bernardo não é engenheiro.
b) Se André é artista, então Bernardo não é engenheiro.
c) Se André não é artista, então Bernardo é engenheiro.
d) Se Bernardo é engenheiro, então André é artista.
e) André não é artista e Bernardo é engenheiro.

22. Dizer que "Pedro não é pedreiro ou Paulo é paulista" é, do ponto de vista lógico, o mesmo que dizer que:
a) se Pedro é pedreiro, então Paulo é paulista.
b) se Paulo é paulista, então Pedro é pedreiro.
c) se Pedro não é pedreiro, então Paulo é paulista.
d) se Pedro é pedreiro, então Paulo não é paulista.
e) se Pedro não é pedreiro, então Paulo não é paulista.

CAPÍTULO 02

CONJUNTOS E DIAGRAMAS LÓGICOS

CONJUNTOS

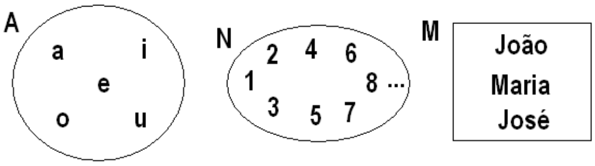
REPRESENTAÇÕES DOS CONJUNTOS

Muitas vezes, um conjunto é representado com os seus elementos dentro de duas chaves {e} através de duas formas básicas e de uma terceira forma geométrica:

1) Apresentação: Os elementos do conjunto estão dentro de duas chaves { e }.
EXEMPLO:
a. A = {a,e,i,o,u}
b. N = {1,2,3,4,...}
c. M = {João,Maria,José}

2) Descrição: O conjunto é descrito por uma ou mais propriedades.
EXEMPLO:
a. A = {x / x é uma vogal}
b. N = {x / x é um número natural}
c. M = {x / x é uma pessoa da família de Maria}

3) Diagrama de Venn-Euler: Os conjuntos são mostrados graficamente.
EXEMPLO:



CONJUNTOS ESPECIAIS

Conjunto vazio: É um conjunto que não possui elementos. É representado por { } ou por Ø. O conjunto vazio está contido em todos os conjuntos.

Conjunto unitário: É um conjunto que possui apenas um único elemento.

Conjunto universo: É um conjunto que contém todos os elementos do contexto no qual estamos trabalhando e também contém todos os conjuntos desse contexto. O conjunto universo é representado por uma letra U. Na sequência não mais usaremos o conjunto universo.

RELAÇÕES DE PERTINÊNCIA E INCLUSÃO

Relacionando elemento e conjunto utilizaremos:
$\in$ ou $\notin$.
Relacionando conjunto e conjunto utilizaremos:
$\subset$ ou $\not\subset$.

EXEMPLO: Sejam os conjuntos A = {1, 2, 3, 4, 5, 6,7} e B = {2,4, 6}, então:

$1 \in A$; $5 \notin B$; $\{1, 2, 3\} \subset A$; $B \subset A$; $A \not\subset B$; etc.

SUBCONJUNTOS (CONJUNTO DAS PARTES)

Dados os conjuntos A e B, diz-se que A está contido em B, denotado por $A \subset B$, se todos os elementos de A também estão em B. Algumas vezes diremos que um conjunto A está contido em B, quando o conjunto B, além de conter os elementos de A, contém também outros elementos. O conjunto A é denominado subconjunto de B e o conjunto B é o superconjunto que contém A.

EXEMPLO: Quais os subconjuntos do conjunto A = {1, 2, 3}?

SOLUÇÃO: Descrevendo todos eles, teremos:
{ }, {1}, {2}, { 3 }, {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}, {1, 2, 3}.

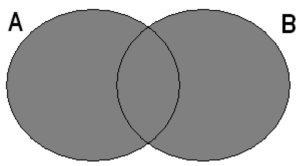
- Como já sabemos, o conjunto vazio é subconjunto de todos os conjuntos.
- Todo conjunto é subconjunto dele mesmo.

Cálculo do número de Subconjuntos (ou conjunto das partes):
Se o conjunto **A** tem **n** elementos, então o número de subconjuntos (N_S) do conjunto A é dado por:

$$\boxed{N_S = 2^n}$$

OPERAÇÕES COM CONJUNTOS

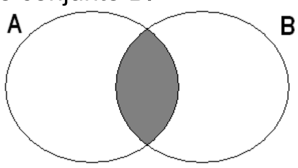
- **UNIÃO:** A reunião dos conjuntos A e B é o conjunto de todos os elementos que pertencem ao conjunto A **ou** ao conjunto B.



$A \cup B = \{ x / x \in A$ **ou** $x \in B \}$

EXEMPLO: Se A = {a,e,i,o} e B = {3,4}, então $A \cup B$ = {a,e,i,o,3,4}.

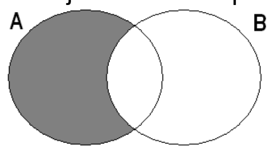
- **INTERSEÇÃO:** A interseção dos conjuntos A e B é o conjunto de todos os elementos que pertencem ao conjunto A **e** ao conjunto B.

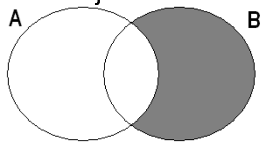


$A \cap B = \{ x / x \in A$ **e** $x \in B \}$

EXEMPLO:
Se A = {a,e,i} e B = {a, b, c, d, e}, então $A \cap B$ = {a, e}
Se A = {a,e,i,o,u} e B = {1,2,3,4} então $A \cap B$ = Ø.
Se $A \cap B$ = Ø , então A e B são ditos Disjuntos.

- **DIFERENÇA:** A diferença entre os conjuntos A e B é o conjunto de todos os elementos que pertencem ao conjunto A e não pertencem ao conjunto B.

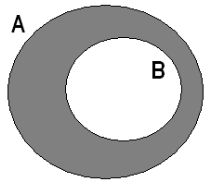




$A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$ $B - A = \{x \mid x \in B \text{ e } x \notin A\}$

EXEMPLO: Se A = {a,e,i,o} e B = {a, b, c, d, e} então A – B = {i, o} e B – A = {b, c, d}.

- **COMPLEMENTO:** O complemento do conjunto B contido no conjunto A, denotado por C_AB, é a diferença entre os conjuntos A e B, ou seja, é o conjunto de todos os elementos que pertencem ao conjunto A e não pertencem ao conjunto B.



$C_A^B = A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$

Quando não há dúvida sobre o universo U em que estamos trabalhando, simplesmente utilizamos a letra c posta como expoente no conjunto, para indicar o complemento deste conjunto. Muitas vezes usamos a palavra complementar no lugar de complemento.
EXEMPLO: $\varnothing^c = U$ e $U^c = \varnothing$.

SÍMBOLOS UTILIZADOS

$\in$ → símbolo de pertinência entre elemento e conjunto.
$\notin$ → símbolo de não pertinência entre elemento e conjunto.
$\subset$ → símbolo de inclusão entre dois conjuntos.
$\not\subset$ → símbolo de não inclusão entre dois conjuntos.
$\cap$ → símbolo de interseção entre conjuntos.
$\cup$ → símbolo de união entre conjuntos.
$\varnothing$ ou { } → conjunto vazio.
U → conjunto universo.

QUANTIFICADORES

O uso de diagramas para representar as proposições é de extrema importância, pois ajudam a visualizar todas as proposições de um enunciado de forma conjunta. Os diagramas lógicos nada mais são do que a representação de proposições utilizando o diagrama de Venn-Euler, que são círculos utilizados para representar os conjuntos, no nosso caso, as proposições.

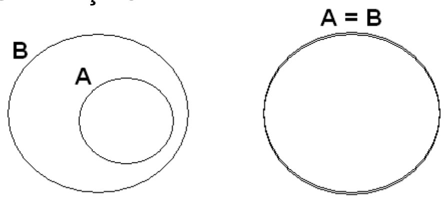
Os diagramas lógicos são mais utilizados nas questões de lógica que envolvem as palavras todo, algum e nenhum, chamados de *quantificadores*. As proposições que envolvem tais termos são:

Todo A é B
Nenhum A é B
Algum A é B
Algum A não é B

TODO A é B

As proposições do tipo Todo A é B afirmam que o conjunto A é um subconjunto do conjunto B. Ou seja: o conjunto A está contido em B.

REPRESENTAÇÃO:



EXEMPLOS:
Todos os políticos são honestos.
Todo cearense é nordestino.
Todos os jogadores estão cansados.

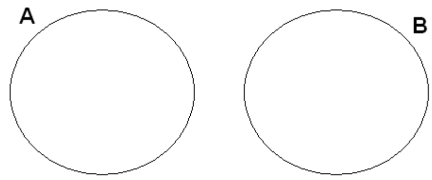
ATENÇÃO: dizer que Todo A é B não significa necessariamente que Todo B é A.

- **NEGAÇÃO:**
A: Todos os políticos são honestos.
~A: Existe pelo menos um político que não é honesto.

NENHUM A é B

As proposições da forma Nenhum A é B querem dizer que os conjuntos A e B são *disjuntos*, isto é, não tem elementos em comum.

REPRESENTAÇÃO:



EXEMPLOS:
Nenhum político é honesto.
Nenhum cearense gosta de forró.
Nenhum aluno foi reprovado.

ATENÇÃO: dizer que Nenhum A é B é logicamente equivalente a dizer que Nenhum B é A.

- **NEGAÇÃO:**
B: Nenhum político é honesto.
~B: Existe pelo menos um político honesto.

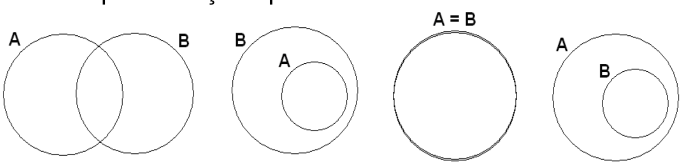
ALGUM A é B

Na Lógica, proposições da forma Algum A é B estabelecem que o conjunto A tem pelo menos um elemento em comum com o conjunto B. Contudo, devemos nos atentar para o seguinte: quando afirmamos que "alguns pássaros voam", está perfeitamente correto mesmo que todos eles voem.

Dizer que Algum A é B é logicamente equivalente a dizer que Algum B é A. São também equivalentes a esta, as seguintes proposições:

Algum A é B = Pelo menos um A é B = Existe um A que é B

REPRESENTAÇÃO:
Suas representações possíveis são:



EXEMPLOS:
Algum político é honesto.
Pelo menos um restaurante é bom.
Existem alunos que foram aprovados.

ATENÇÃO: Qualquer uma das quatro representações está correta, porém a que deverá ser utilizada na resolução das questões que contém esta proposição (algum A é B), para que não haja confusão, será a primeira.

- **NEGAÇÃO:**

C: Algum político é honesto.
~C: Nenhum político é honesto.

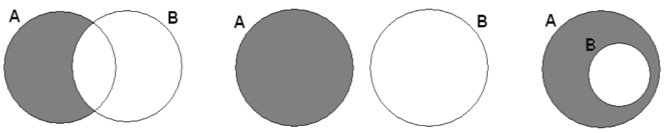
ALGUM A não é B

Proposições da forma Algum A não é B estabelecem que o conjunto A tem pelo menos um elemento que não pertence ao conjunto B. Temos as seguintes equivalências:

Algum A não é B = Algum A é não B = Algum não B é A = Existe A que não é B.

ATENÇÃO: "Algum A não é B" não é equivalente a "Algum B não é A".

REPRESENTAÇÃO:
Para esta proposição (algum A não é B), teremos três representações possíveis:



EXEMPLOS:
Algum político não é honesto.
Algumas aves não voam.
Existem alunos que não foram aprovados.

- **NEGAÇÃO:**

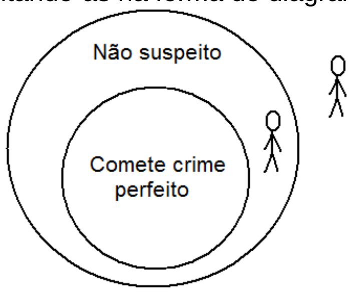
D: Algum político não é honesto.
~D: Todos os políticos são honestos.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

01. (CESPE) É válido o seguinte argumento: Se Ana cometeu um crime perfeito, então Ana não é suspeita, mas (e) Ana não cometeu um crime perfeito, então Ana é suspeita.

SOLUÇÃO:
Sabemos que, se negarmos a segunda proposição de uma condicional devemos negar a primeira. Porém, se negarmos a primeira proposição de uma condicional, nada podemos afirmar em relação à segunda. Pelo exemplo do enunciado temos:
Premissas:
Se Ana cometeu um crime perfeito, então Ana não é suspeita.
Ana não cometeu um crime perfeito.

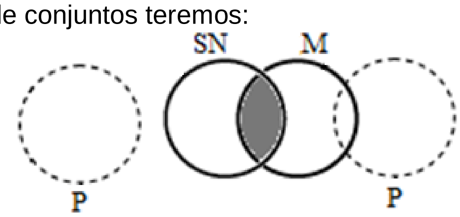
Representando-as na forma de diagramas obtemos:



Se Ana não cometeu um crime perfeito, não podemos afirmar se ela é suspeita ou não. Logo, o argumento é inválido
Resposta: Item Errado

02. Sabendo que é verdade que "Alguns marinheiros sabem nadar" e que "nenhum piloto sabe nadar" então é necessariamente verdade que:
a) Alguns marinheiros não são pilotos.
b) Alguns marinheiros são pilotos.
c) Nenhum marinheiro é piloto.
d) Todos os pilotos são marinheiros.
e) Todos os marinheiros são pilotos.

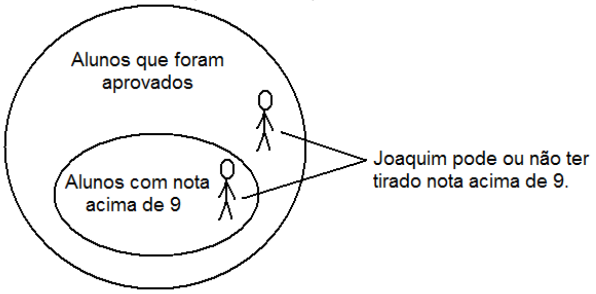
SOLUÇÃO:
Representando as proposições do enunciado na forma de conjuntos teremos:



Onde:
M = marinheiros; P = pilotos; SN = sabem nadar
Temos duas possibilidades para o conjunto P porque o enunciado não fala se existem pilotos que também são marinheiros. Porém, podemos afirmar com certeza que existem marinheiros que não são pilotos (parte cinza).
Resposta: Alternativa A

03. (CESPE) Considere que são V as seguintes proposições: “todos os candidatos que obtiveram nota acima de 9 na prova de Língua Portuguesa foram aprovados no concurso” e “Joaquim foi aprovado no concurso”. Então a proposição “Joaquim teve nota acima de 9 na prova de Língua Portuguesa” é também V, podendo-se concluir que essas proposições constituem um argumento válido.

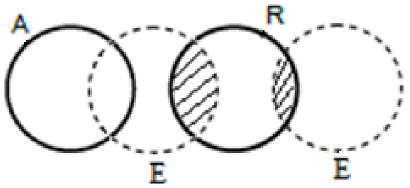
SOLUÇÃO:
Tomando as proposições “todos os candidatos que obtiveram nota acima de 9 na prova de Língua Portuguesa foram aprovados no concurso” e “Joaquim foi aprovado no concurso”e representando-as na forma de diagramas lógicos:



Com isso, não podemos afirmar, com certeza, se a proposição “Joaquim teve nota acima de 9 na prova de Língua Portuguesa” é V ou F. Por isso, o argumento é inválido.
Resposta: Item Errado

04. Supondo que “Nenhum advogado foi reprovado no provão do MEC” e que “Alguns economistas foram reprovados”, podemos logicamente concluir que:
a) não pode haver advogado economista.
b) algum advogado é economista.
c) nenhum advogado é economista.
d) todos os advogados são economistas.
e) alguns economistas não são advogados.

SOLUÇÃO:
Representando as proposições do enunciado na forma de conjuntos teremos:

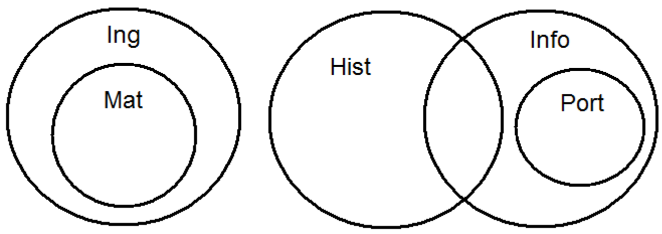


Onde:
A = advogados; E = economistas; R = reprovados no provão
O conjunto E pode ser representado de duas formas possíveis porque o enunciado não fala se existem economistas que são advogados. Porém, podemos afirmar com certeza que existem economistas que não são advogados (parte hachurada). Portanto a resposta correta é a opção E.
Resposta: Alternativa E

05. (ESAF) Todos os alunos de matemática são, também, alunos de inglês, mas nenhum aluno de inglês é aluno de história. Todos os alunos de português são também alunos de informática, e alguns alunos de informática são também alunos de história. Como nenhum aluno de informática é aluno de inglês, e como nenhum aluno de português é aluno de história, então:
a) pelo menos um aluno de português é aluno de inglês.
b) pelo menos um aluno de matemática é aluno de história.
c) nenhum aluno de português é aluno de matemática.
d) todos os alunos de informática são alunos de matemática.
e) todos os alunos de informática são alunos de português.

SOLUÇÃO:
Temos, do enunciado, as seguintes proposições:
1. Todos os alunos de matemática são, também, alunos de inglês
2. Nenhum aluno de inglês é aluno de história
3. Todos os alunos de português são também alunos de informática
4. Alguns alunos de informática são também alunos de história
5. Nenhum aluno de informática é aluno de inglês
6. Nenhum aluno de português é aluno de história

Agora iremos representar cada proposição utilizando os diagramas lógicos. Como não há uma ordem a ser seguida, podemos começar com qualquer uma das proposições até que façamos a representação de todas elas. Após desenharmos os diagramas para cada proposição, chegamos ao seguinte resultado:



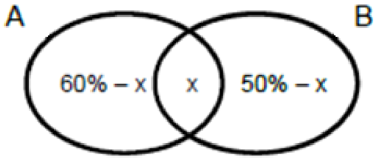
Analisando as alternativas e as comparando com o desenho acima, vemos claramente que o item correto é item **C**.

Resposta: alternativa C.

06. Em um país estranho sabe-se que as pessoas estão divididas em dois grupos: o grupo os que têm uma ideia original e o grupo dos que têm uma ideia comercializável. Sabe-se também que 60% das pessoas têm uma ideia original e apenas 50% têm ideias comercializáveis. Portanto, podemos afirmar que 10% das pessoas têm ideias originais e comercializáveis.

SOLUÇÃO:
Do enunciado temos:
Total de pessoas = 100%
Pessoas que tem ideias originais e comercializáveis (interseção) = x
Pessoas que tem ideias originais = 60%
Pessoas que tem ideias comercializáveis = 50%

Utilizando o diagrama de Venn-Euler (**iniciando sempre da interseção**), teremos:

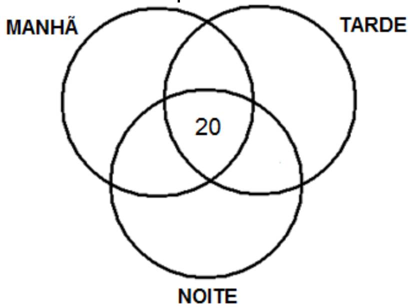


60% – x + x + 50% – x = 100%
110% – x = 100%
x = 110% –100%
x = 10%

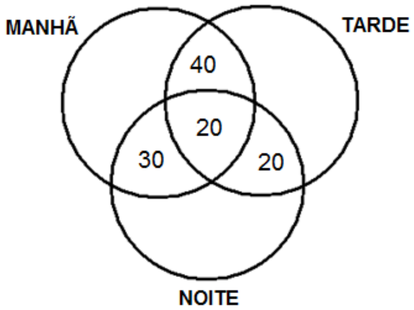
07. Numa indústria, 120 operários trabalham de manhã, 130 trabalham à tarde, 80 trabalham à noite; 60 trabalham de manhã e à tarde, 50 trabalham de manhã e a noite, 40 trabalham à tarde e à noite e 20 trabalham nos três períodos. Assim:
a) 150 operários trabalham em 2 períodos;
b) há 500 operários na indústria;
c) 300 operários não trabalham à tarde;
d) há 30 operários que trabalham só de manhã;
e) N.d.a.

SOLUÇÃO:

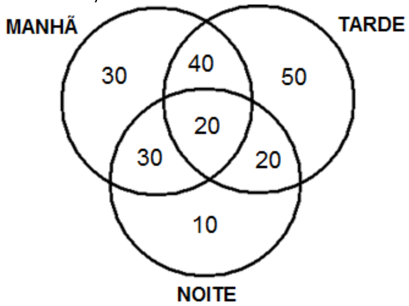
Utilizando o diagrama de Venn-Euler (**iniciando sempre da interseção**), teremos:
1) 20 trabalham nos três períodos:



2) 60 trabalham de manhã e à tarde, 50 trabalham de manhã e a noite, 40 trabalham à tarde e à noite (lembrando de subtrair os 20 que já colocamos na interseção dos três conjuntos):



3) Por último: 120 operários trabalham de manhã, 130 trabalham à tarde, 80 trabalham à noite.

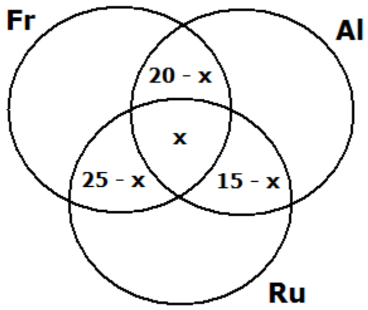


Com isso, podemos concluir que a opção correta é a letra D: 30 operários trabalham só de manhã.
Resposta: item D.

08. Suponha que 100 alunos de uma escola estudam pelo menos uma das seguintes línguas: Francês, Alemão e Russo. Suponha também que: 65 estudam Francês, 45 estudam Alemão, 42 estudam Russo, 20 estudam Francês e Alemão, 25 estudam Francês e Russo e 15 estudam Alemão e Russo. Quantos estudantes estudam todas as três línguas?
a) 6 b) 8
c) 10 d) 12

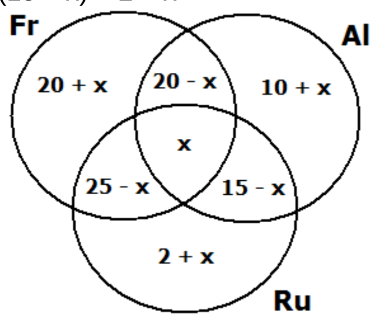
SOLUÇÃO:

Lembre-se sempre que: deve-se preencher os espaços do diagrama com os valores dados na questão, começando sempre da interseção e completando os outros espaços com os outros valores. Não esquecendo, também, de subtrair os valores já preenchidos dos valores a serem colocados. Note que ele pergunta quantos estudantes estudam todas as três línguas, portanto devemos colocar um x neste espaço e subtrair dos valores das interseções dadas:



Fazendo agora os cálculos para preencher os espaços restantes, obtemos:

Alunos que estudam somente Francês = 65 – (20 – x) – x – (25 – x) = 20 + x
Alunos que estudam somente Alemão = 45 – (20 – x) – x – (15 – x) = 10 + x
Alunos que estudam somente Russo = 42 – (25 – x) – x – (15 – x) = 2 + x



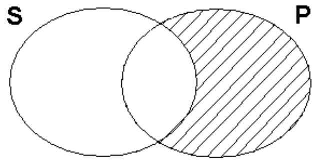
Com isso, para sabermos quantos estudantes estudam todas as três línguas, basta somarmos todos os valores encontrados de cada região do diagrama e igualarmos a 100. Logo:

20+x+20–x+10+x+x+25–x+15–x+2+x = 100
x + 92 = 100
x = 100 – 92
x = 8 alunos

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (ESAF) Sabe-se que existe pelo menos um A que é B. Sabe-se, também, que todo B é C. Segue-se, portanto, necessariamente que:
a) todo C é B
b) todo C é A
c) nada que não seja C é A
d) algum A é C
e) algum A não é C

02. (ESAF) Os dois círculos abaixo representam, respectivamente, o conjunto S dos amigos de Sara e o conjunto P dos amigos de Paula.



Sabendo que a parte sombreada do diagrama não possui elemento algum, então:
a) Algum amigo de Paula não é amigo de Sara.
b) Todo amigo de Sara é também amigo de Paula.
c) Todo amigo de Paula é também amigo de Sara.
d) Nenhum amigo de Sara é amigo de Paula.
e) Nenhum amigo de Paula é amigo de Sara.

03. (FCC) São dadas as afirmações:
– Toda cobra é um réptil.
– Existem répteis venenosos.
Se as duas afirmações são verdadeiras, então, com certeza, também é verdade que
a) toda cobra é venenosa.
b) algum réptil venenoso é uma cobra.
c) qualquer réptil é uma cobra.
d) Se existe um réptil venenoso, então ele é uma cobra.
e) Se existe uma cobra venenosa, então ela é um réptil.

04. (CESGRANRIO) A negação de “todos os números inteiros são positivos” é:
a) nenhum número inteiro é positivo.
b) nenhum número inteiro é negativo.
c) todos os números inteiros são negativos.
d) alguns números positivos não são inteiros.
e) alguns números inteiros não são positivos.

05. (ESAF) Pedro após visitar uma aldeia distante, afirmou:” Não é verdade que todos os aldeões daquela aldeia não dormem a sesta”. A condição necessária e suficiente para que a afirmação de Pedro seja verdadeira é que seja verdadeira a seguinte proposição:
a) No máximo um aldeão daquela aldeia não dorme a sesta.
b) Todos os aldeões daquela aldeia dormem a sesta.
c) Pelo menos um aldeão daquela aldeia dorme a sesta.
d) Nenhum aldeão daquela aldeia não dorme a sesta.
e) Nenhum aldeão daquela aldeia dorme a sesta.

06. (FCC) Sejam as afirmações:
– “Todo policial é forte.”
– “Existem policiais altos.”
Considerando que as duas afirmações são verdadeiras, então, com certeza, é correto afirmar que:
a) Todo policial alto não é forte.
b) Todo policial forte é alto.
c) Existem policiais baixos e fracos.
d) Algum policial alto não é forte.
e) Algum policial forte é alto.

07. (FGV) Um eminente antropólogo, afirmou que TODOS OS AFANEUS SÃO ZARAGÓS, e que TODOS OS ZARAGÓS SÃO CHUMPITAZES. Com base nestas afirmações, podemos concluir que:
a) É possível existir um Afaneu que não seja Zaragó.
b) É possível existir um Afaneu que não seja Chumpitaz.
c) É possível existir um Zaragó que não seja Afaneu.
d) Nada se pode concluir sem saber o que significa Afaneu, Zaragó e Chumpitaz.

08. Em uma comunidade, todo trabalhador é responsável. Todo artista, se não for filósofo, ou é trabalhador ou é poeta. Ora, não há filósofo e não há poeta que não seja responsável. Portanto, tem-se que, necessariamente,
a) todo responsável é artista.
b) todo responsável é filósofo ou poeta.
c) todo artista é responsável.
d) algum filósofo é poeta.
e) algum trabalhador é filósofo.

09. (ESAF) Em um grupo de amigas, todas as meninas loiras são, também, altas e magras, mas nenhuma menina alta e magra tem olhos azuis. Todas as meninas alegres possuem cabelos crespos, e algumas meninas de cabelos crespos têm também olhos azuis. Como nenhuma menina de cabelos crespos é alta e magra, e como neste grupo de amigas não existe nenhuma menina que tenha cabelos crespos, olhos azuis e seja alegre, então:
a) pelo menos uma menina alegre tem olhos azuis.
b) pelo menos uma menina loira tem olhos azuis.
c) todas as meninas que possuem cabelos crespos são loiras.
d) todas as meninas de cabelos crespos são alegres.
e) nenhuma menina alegre é loira.

10. (CESGRANRIO) Se todo Y é Z e existem X que são Y, pode-se concluir que:
a) existem X que são Z.
b) todo X é Z.
c) todo X é Y.
d) todo Y é X.
e) todo Z é Y.

11. Em uma pequena comunidade, sabe-se que “nenhum filósofo é rico” e que “alguns professores são ricos”. Assim, pode-se afirmar, corretamente, que nesta comunidade:
a) alguns filósofos são professores.
b) alguns professores são filósofos.

c) nenhum filósofo é professor.
d) alguns professores não são filósofos.
e) nenhum professor é filósofo.

12. (CESGRANRIO) Suponha que todos os professores sejam poliglotas e todos os poliglotas sejam religiosos. Pode-se concluir que, se:
a) João é religioso, João é poliglota.
b) Pedro é poliglota, Pedro é professor.
c) Joaquim é religioso, Joaquim é professor.
d) Antônio não é professor, Antônio não é religioso.
e) Cláudio não é religioso, Cláudio não é poliglota.

13. Se é verdade que “Alguns escritores são poetas” e que “Nenhum Músico é poeta’’, então, também e necessariamente verdade que:
a) nenhum músico é escritor.
b) algum escritor é músico.
c) algum músico é escritor.
d) algum escritor não é músico.
e) nenhum escritor é músico.

14. (FCC) Considere que as seguintes afirmações são verdadeiras:
“Toda criança gosta de passear no Metrô de São Paulo.”
“Existem crianças que são inteligentes.”
Assim sendo, certamente é verdade que:
a) Alguma criança inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.
b) Alguma criança que gosta de passear no Metrô de São Paulo é inteligente.
c) Alguma criança não inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.
d) Toda criança que gosta de passear no Metrô de São Paulo é inteligente.
e) Toda criança inteligente não gosta de passear no Metrô de São Paulo.

15. (FGV) Sendo R o conjunto dos países ricos, I o conjunto dos países industrializados, e o conjunto dos países exportadores de petróleo e admitindo como verdadeiras as relações $I \subset R$; $E \subset R$; $I \cap E = \varnothing$, qual das afirmações abaixo é verdadeira?
a) Todos os países não exportadores de petróleo são pobres.
b) Todos os países não industrializados não são ricos.
c) Os países que não são ricos não podem ser exportadores de petróleo.
d) Os países não industrializados não podem ser exportadores de petróleo.
e) Todas as afirmações acima são falsas.

16. Dizer que é verdade que “para todo x, se x é uma rã e se x é verde, então x está saltando” é logicamente equivalente a dizer que não é verdade que:
a) algumas rãs que não são verdes estão saltando;
b) algumas rãs verdes estão saltando;
c) nenhuma rã verde não está saltando;
d) existe uma rã verde que não está saltando;
e) algo que não seja uma rã verde está saltando.

17. (FCC) Considere que as seguintes afirmações são verdadeiras:
- Todo motorista que não obedece às leis de trânsito é multado.
- Existem pessoas idôneas que são multadas.

Com base nessas afirmações é verdade que:
a) se um motorista é idôneo e não obedece às leis de trânsito, então ele é multado.
b) se um motorista não respeita as leis de trânsito, então ele é idôneo.
c) todo motorista é uma pessoa idônea.
d) toda pessoa idônea obedece às leis de trânsito.
e) toda pessoa idônea não é multada.

18. Após um jantar, foram servidas as sobremesas X e Y. Sabe-se que das 10 pessoas presentes, 5 comeram a sobremesa X, 7 comeram a sobremesa Y e 3 comeram as duas. Quantas não comeram nenhuma?
a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 0

19. Numa prova constituída de dois problemas, 300 alunos acertaram somente um dos problemas, 260 acertaram o segundo, 100 alunos acertaram os dois e 210 erraram o primeiro. Quantos alunos fizeram a prova?
a) 350 b) 450 c) 400
d) 280 e) 500

20. Durante a Segunda Guerra Mundial, os aliados tomaram um campo de concentração nazista e de lá resgataram 979 prisioneiros. Desses 527 estavam com sarampo, 251 com tuberculose e 321 não tinham nenhuma dessas duas doenças. Qual o número de prisioneiros com as duas doenças?
a) 180 b) 150 c) 200
d) 170 e) 120

Sabendo-se que dos 110 empregados de uma empresa, 80 são casados, 70 possuem casa própria e 30 são solteiros e possuem casa própria, julgue o item seguinte.

21. (CESPE) Mais da metade dos empregados casados possui casa própria.

---

22. (ESAF) Um colégio oferece a seus alunos a prática de um ou mais dos seguintes esportes: futebol, basquete e vôlei. Sabe-se que, no atual semestre,
- 20 alunos praticam vôlei e basquete;
- 60 alunos praticam futebol e 65 praticam basquete;
- 21 alunos não praticam nem futebol nem vôlei;
- o número de alunos que praticam só futebol é idêntico ao número dos alunos que praticam só vôlei;
- 17 alunos praticam futebol e vôlei;
- 45 alunos praticam futebol e basquete; 30, entre os 45, não praticam vôlei.

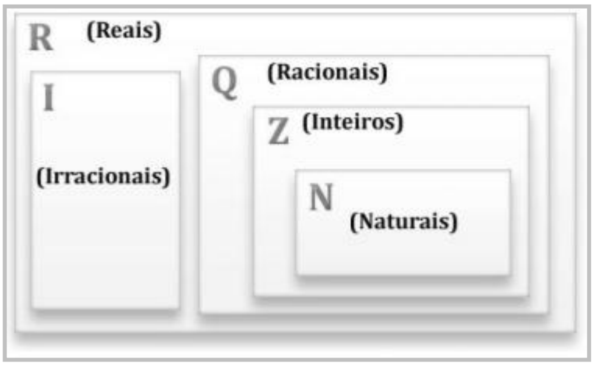
O número total de alunos do colégio, no atual semestre, é igual a

a) 93. b) 110. c) 103.
d) 99. e) 114.

23. (CESPE) Considere que os conjuntos A, B e C tenham o mesmo número de elementos, que A e B sejam disjuntos, que a união dos três possuía 150 elementos e que a interseção entre B e C possuía o dobro de elementos da interseção entre A e C. Nesse caso, se a interseção entre B e C possui 20 elementos, então B tem menos de 60 elementos.

CAPÍTULO 03

NÚMEROS INTEIROS, RACIONAIS E REAIS



NÚMEROS NATURAIS

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ...}
N* = N – {0} (Naturais não nulos)

NÚMEROS INTEIROS

Z = {..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,...}
Z_+ = { 0, 1, 2, 3, 4,...} (inteiros não negativos)
Z_- = {..., -4, -3, -2, -1, 0} (inteiros não positivos)
Z^* = {..., -3, -2, -1, 1, 2, 3,...} (inteiros não nulos)

OPERAÇÕES:

1) ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO:

Sinais iguais	Soma-se os valores absolutos dos números e repete o sinal.
Sinais diferentes	Subtrai-se os valores absolutos dos números e repete o sinal do maior módulo.

Ex.: – 5 – 6 = – 11
– 8 + 5 = – 3

Obs.: Módulo de um número = Valor de um número sem o sinal.

2) MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO:

Sinais iguais	Resultado: **(+)**
Sinais diferentes	Resultado: **(–)**

Ex.: (–20) . (–7) = +140
(–70) : (+14) = –5

Obs.: Algoritmo da divisão:

$$\begin{array}{r|l} D & d \\ \hline (r) & q \end{array} \Rightarrow D = d \cdot q + r$$

D = Dividendo; d = divisor; q = quociente; r = resto

3) POTENCIAÇÃO:

Definição: Potenciação significa multiplicar um número real (base) por ele mesmo "n" vezes, onde n é chamado de expoente. Ou seja:

$$a^n = \underbrace{a.a.a\dots a}_{\text{n vezes}}$$

Ex.: $3^3 = 3 . 3 . 3 = 27$
$2^5 = 2 . 2 . 2 . 2 . 2 = 32$

OBS: Algumas potências importantes
$a^1 = a$ $a^0 = 1, a \neq 0$
$1^n = 1$ $0^n = 0$

Propriedades:

1 - Multiplicação de potências de bases iguais:

$$a^m . a^n = a^{m+n}$$

2 - Divisão de potências de bases iguais:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n};\ (a^n \neq 0)$$

3 - Potência de potência:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

OBS: $\left(a^m\right)^n \neq a^{m^n}$

Ex: $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$
$2^{3^2} = 2^9 = 512$

4 - Potência de um produto:

$$(a . b)^n = a^n . b^n$$

Potência de número negativo:

$$\boxed{a^n} \begin{cases} \boxed{a > 0} \rightarrow a^n = \text{positivo } (+) \\ \boxed{a < 0} \begin{cases} \text{n é } \underline{\text{par}} \rightarrow a^n = \text{positivo } (+) \\ \text{n é } \underline{\text{ímpar}} \rightarrow a^n = \text{negativo } (-) \end{cases} \end{cases}$$

Ex.: $(-2)^3 = -8$
$(-3)^2 = 9$

OBS: Cuidado com os parênteses, pois faz muita diferença.
Ex.: $(-3)^2 = 9$
$- 3^2 = - 9$

O sinal de negativo (–) na frente do três, só fará parte da potenciação quando estiver dentro de um parêntese, caso contrário, ele continua no seu lugar no resultado.

MÚLTIPLOS E DIVISORES

MÚLTIPLO: o conjunto dos múltiplos de um número Natural não nulo é infinito e podemos consegui-lo multiplicando-se o número dado por todos os números Naturais.
EXEMPLO:
M(3) = {3 x 0, 3 x 1, 3 x 2, 3 x 3, 3 x 4, 3 x 5, 3 x 6,...}
M(3)= {0,3,6,9,12,15,18,...} → Infinito!

Se calcularmos 36 : 9 obtemos 4, e a divisão é exata. Então concluímos que 36 é divisível por 9, ou que 9 é divisor de 36, ou que 36 é múltiplo de 9. Assim:

DIVISOR: um número **b** (b ≠ 0) é divisor de um número **a**, se a divisão a : b for exata.
EXEMPLO:
D(15) = {1,3,5,15} → Finito!
D(20) = {1,2,4,5,10,20}

ATENÇÃO!!

- Os múltiplos de um número formam um conjunto infinito.
- O menor múltiplo natural de um número é sempre o número 0.
- O menor divisor natural de um número é sempre o número 1.
- O maior divisor de um número é o próprio número.
- O zero não é divisor de nenhum número.
- Os divisores de um número formam um conjunto finito.

REGRAS DE DIVISIBILIDADE

Para alguns números, como o dois, o três, o cinco e outros, existem regras que permitem verificar a divisibilidade sem se efetuar a divisão. Essas regras são chamadas de critérios de divisibilidade.

Por 2: Um número é divisível por 2 quando ele termina em 0, ou 2, ou 4, ou 6, ou 8, ou seja, quando ele é par.
EXEMPLO:
5040 é divisível por 2, pois termina em 0.
237 não é divisível por 2, pois não é um número par.

Por 3: Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for divisível por três.
EXEMPLO:
234 é divisível por 3, pois a soma de seus algarismos é igual a 2+3+4=9, e como 9 é divisível por 3, então 234 é divisível por 3.

Por 4: Um número é divisível por 4 quando termina em 00 ou quando o número formado pelos dois últimos algarismos da direita for divisível por 4.
EXEMPLO:
1800 é divisível por 4, pois termina em 00.
1324 é divisível por 4, pois 24 é divisível por 4.
50 não é divisível por 4.

Por 5 : Um número é divisível por 5 quando ele termina em 0 ou 5.
EXEMPLO:
55 é divisível por 5, pois termina em 5.
90 é divisível por 5, pois termina em 0.
87 não é divisível por 5, pois não termina em 0 nem 5.

Por 6 : Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3.
EXEMPLO:
312 é divisível por 6, porque é divisível por 2 (par) e por 3 (soma = 6).
5214 é divisível por 6, porque é divisível por 2 (par) e por 3 (soma = 12).
716 não é divisível por 6, (é divisível por 2, mas não é divisível por 3).

Por 7: Separa-se o algarismo das unidades do restante, então a diferença entre o que sobrou do número e o dobro do algarismo das unidades, deve ser divisível por 7.
EXEMPLO:
27720 é divisível por 7?
2772 – 2 . 0 = 2772
277 – 2 . 2 = 273
27 – 2 . 3 = **21** , que é divisível por 7.

Por 8: Um número é divisível por 8 quando termina em 000, ou quando o número formado pelos três últimos algarismos da direita for divisível por 8.
EXEMPLO:
7000 é divisível por 8, pois termina em 000.
56104 é divisível por 8, pois 104 é divisível por 8.

Por 9: Um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for divisível por 9.
EXEMPLO:
2871 é divisível por 9, pois a soma de seus algarismos é igual a 2+8+7+1=18, e como 18 é divisível por 9, então 2871 é divisível por 9.

Por 10: Um número é divisível por 10 quando ele termina em 0.
EXEMPLO:
4150 é divisível por 10, pois termina em 0.
2106 não é divisível por 10, pois não termina em 0.

Por 11: Um número é divisível por 11 quando
$S_i – S_p$ = 0 ou 11, onde:
S_i = soma dos algarismos de ordem ímpar.
S_p = soma dos algarismos de ordem par.
EXEMPLO:
87549
Si (soma das ordens ímpares) = 9+5+8 = 22
Sp (soma das ordens pares) = 4+7 = 11
Si - Sp = 22 - 11 = 11
Como 11 é divisível por 11, então o número 87549 é divisível por 11.

Divisibilidade Simultânea: Se um número é divisível por dois ou mais números ao mesmo tempo, então ele será divisível, também, pelo mmc destes números.
EXEMPLO:
Se um número é divisível por 3 e por 5 (por exemplo o 90), então ele é divisível pelo mmc (3, 5) que é 15.
Obs: o m.m.c. será visto mais adiante, em tópico próprio.

NÚMEROS PRIMOS

Um número Natural é um número Primo quando ele só tem dois divisores distintos, o um e ele mesmo.
Os 100 primeiros números primos positivos são:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523, 541, 547,...

DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS:

Decompor um número composto em fatores primos significa expressar este número como produto de outros que sejam primos.

$$\begin{array}{r|l} 200 & 2 \\ 100 & 2 \\ 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & 2 \,.\, 2 \,.\, 2 \,.\, 5 \,.\, 5 = 2^3 \,.\, 5^2 \end{array}$$

Ou seja, $200 = 2^3 \,.\, 5^2$

MÁXIMO DIVISOR COMUM (M.D.C.)

O máximo divisor comum de dois ou mais números Naturais não nulos é o maior dos divisores comuns desses números.

Cálculo do MDC de dois ou mais números:

Para calcular o M.D.C. de dois ou mais números, devemos seguir uma série de etapas:

- Decompomos os números em fatores primos.
- Tomamos os fatores comuns com o menor expoente.
- Multiplicamos esses fatores entre si.

EXEMPLO$_1$: Calcule o máximo divisor comum (MDC) de 54 e 36:

SOLUÇÃO: Fatorados, os dois números ficam:

$54 = 2 \,.\, 3^3$
$36 = 2^2 \,.\, 3^2$

Tomando os fatores comuns com o menor expoente, temos:

MDC (54, 36) = $2 \,.\, 3^2$
MDC (54, 36) = 2 . 9
MDC (54, 36) = 18

OBS: Dois ou mais números são primos entre si quando o máximo divisor comum desses números é 1. E, consequentemente, o mínimo múltiplo comum será o produto deles.

$$\text{a e b primos entre si} \begin{cases} \text{MDC}(a,b) = 1 \\ \text{MMC}(a,b) = a\,.\,b \end{cases}$$

MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (M.M.C.)

É o menor número, diferente de zero, que é múltiplo comum desses números.

Cálculo do MMC de dois ou mais números:

1º Modo: Para calcular o M.M.C. de dois ou mais números, devemos seguir as seguintes etapas:

- Decompomos os números em fatores primos.
- Tomamos os fatores comuns e não comuns com o maior expoente.
- Multiplicamos esses fatores entre si.

EXEMPLO: Calcule o MMC de 100 e 150:

SOLUÇÃO:
Fatorados, os dois números ficam:

$100 = 2^2 \,.\, 5^2$
$150 = 2 \,.\, 3 \,.\, 5^2$

Tomando os fatores comuns com o maior expoente e não comuns, temos:

MMC (100,150) = $2^2 \,.\, 3 \,.\, 5^2$
MMC (100,150) = 4 . 3 . 25
MMC (100,150) = 300

2º Modo: Neste processo decompomos todos os números ao mesmo tempo, dividindo-os sempre pelos menores números primos possíveis. O produto dos fatores primos que obtemos nessa decomposição é o M.M.C. desses números.

EXEMPLO: Calcule o MMC de 15, 24 e 60:

$$\begin{array}{r|l} 15,\ 24,\ 60 & 2 \\ 15,\ 12,\ 30 & 2 \\ 15,\ 6,\ 15 & 2 \\ 15,\ 3,\ 15 & 3 \\ 5,\ 1,\ 5 & 5 \\ 1,\ 1,\ 1 & \end{array}$$

Com isso, o MMC (15, 24 e 60) = 2 . 2 . 2 . 3 . 5 = 120.

MMC X MDC:

Sejam dois ou mais números quaisquer (a, b, c, ...), o produto do mínimo múltiplo comum pelo máximo divisor comum desses números é igual ao produto destes.

$$\boxed{\text{MMC}(a, b, c) \,.\, \text{MDC}(a, b, c) = a \,.\, b \,.\, c}$$

EXEMPLO: O produto do mmc pelo mdc dos números 12 e 20 é:
mmc (12, 20) . mdc (12, 20) = 12 . 20 = 240

NÚMEROS RACIONAIS (FRAÇÕES)

Número racional é todo aquele que pode ser escrito na forma de fração.

$$Q = \{x = \frac{p}{q} \ /\ p \in Z \text{ e } q \neq 0\}$$

- **FRAÇÕES:**

Denominamos representação fracionária ou simplesmente fração à expressão de um número racional na forma a/b.

EXEMPLOS: $\frac{-3}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{8}$

- **NÚMEROS DECIMAIS:**

São números obtidos através das divisões em frações decimais.

EXEMPLOS:
5 / 10 = 0,5
17 / 100 = 0,17
34 / 1000 = 0,034

0,001
→ Parte decimal
→ Parte inteira

- **DÍZIMAS:**

Há frações que não possuem representações decimal exata. Aos numerais decimais em que há repetição periódica e infinita de um ou mais algarismos, dá-se o nome de numerais decimais periódicos ou dízimas periódicas.

EXEMPLO: $\frac{1}{3} = 0{,}333...$ $\frac{1}{6} = 0{,}1666...$

Numa dízima periódica, o algarismo ou algarismos que se repetem infinitamente, constituem o **período** dessa dízima. As dízimas periódicas classificam-se em dízimas **simples** e **compostas**.

Dízimas
- **Periódicas**
  - **Simples**
  - **Composta**
- **Não-Periódicas**

EXEMPLOS:
0,343434... ➔ Dízima Periódica Simples
0,53727272... ➔ Dízima Periódica Composta

Geratriz de uma dízima periódica:

É possível determinar a fração (número racional) que deu origem a uma dízima periódica. Denominamos esta fração de geratriz da dízima periódica.

- **CÁLCULO DA GERATRIZ DE UMA DÍZIMA:**

Dízima simples:

A geratriz de uma dízima simples é uma fração que tem para numerador o período e para denominador tantos noves quantos forem os algarismos do período.

EXEMPLOS:
$0{,}\overline{7}$ = 0,777... = 7 / 9
$0{,}\overline{23}$ = 0,2323... = 23 / 99
$0{,}\overline{548}$ = 0,548548... = 548 / 999

DEMONSTRAÇÃO:
x = 0,2323... (multipl. ambos os lados por 100)
100x = 23,2323...
100x = 23 + 0,2323...
100x = 23 + x
99x = 23
x = 23 / 99

Dízima Composta:

A geratriz de uma dízima composta é uma fração da forma $\frac{n}{d}$, onde **n** é a parte não periódica seguida do período, menos a parte não periódica e **d** significa tantos noves quantos forem os algarismos do período seguidos de tantos zeros quantos forem os algarismos da parte não periódica que está depois da vírgula.

EXEMPLOS:

$0{,}4\overline{7} = 0{,}4777... = \frac{47 - 4}{90} = \frac{43}{90}$

$0{,}6\overline{25} = 0{,}62525... = \frac{625 - 6}{990} = \frac{619}{990}$

$3{,}\overline{532} = 3{,}532532... = \frac{3532 - 3}{999} = \frac{3529}{999}$

$2{,}5\overline{32} = 2{,}53232... = \frac{2532 - 25}{990} = \frac{2507}{990}$

DEMONSTRAÇÃO:
0,62525... = x
Multiplicando ambos os lados por 10:
10 . 0,62525... = x . 10
6,2525... = 10x (I)
Agora multiplicando ambos os lados por 100:
100 . 6,2525... = 10x . 100
625,2525... = 1000x (II)
Agora subtraindo I de II temos:
625,2525... = 1000x (II)
<u>- 6,2525... = 10x</u> (I)
619 = 990x

$x = \frac{619}{990}$

- **Parte inteira diferente de zero:**

EXEMPLO: Ache a fração geratriz da dízima 2,02777...

SOLUÇÃO:

Primeiramente devemos separar a parte inteira da parte periódica e só então transformar a dízima em fração. Logo:
2,02777... =
= 2 + 0,2777...=
= 2 + (027 – 02) / 900 =
= 2 + 25/900 =
= 2 + 1/36 =
= 73/36

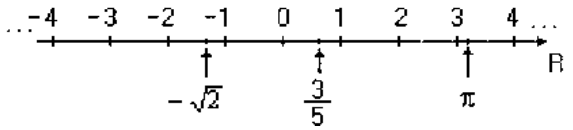
NÚMEROS IRRACIONAIS

Número irracional é um número real que não pode ser obtido pela divisão de dois números inteiros,

ou seja, são números reais, mas não racionais. São as dízimas não periódicas.
EXEMPLO:
$\sqrt{2} = 1,414213562...$
π = 3,141592658...

NÚMEROS REAIS

O conjunto dos números reais é uma expansão do conjunto dos números racionais que engloba não só os inteiros e os fracionários, positivos e negativos, mas também todos os números irracionais. Os números reais podem ser também, resumidamente o conjunto de todos os números.



OBS: R = Q ∪ I

- **Intervalos:**

É comum designarmos por intervalo a qualquer subconjunto de **R** que corresponda a segmentos ou a semirretas ou a qualquer reunião entre segmentos ou semirretas da reta dos números reais.

EXEMPLOS:

INTERVALO	REPRESENTAÇÃO GRÁFICA
[a , b]	
(a , b) ou] a , b [	
(a , b] ou] a , b]	
[a , b) ou [a , b [	
(a, ∞) ou] a , ∞ [	
[a, ∞) ou [a , ∞ [	
(-∞ , b) ou] -∞, b [	
(-∞ , b] ou] -∞, b]	
(-∞ , ∞)	

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (FCC) A expressão N ÷ 0,0125 é equivalente ao produto de N por:
a) 1,25. b) 12,5. c)1/80
d) 80. e) 125/100

02. (CESGRANRIO) As opções abaixo apresentam números racionais, **EXCETO** em:
a) 0,1 b) 0,111... c) 0,1222...
d) $\dfrac{\sqrt{75}}{\sqrt{12}}$ e) $2^{1/2}$

03. (CESPE) Um gestor público, ao estudar a situação econômica da população de uma cidade onde residem 4.774 famílias, classificou essas famílias de acordo com sua renda familiar, como pertencentes às classes A, B ou C. Foi observado que o número de famílias da classe A é 51/341 do total de famílias dessa cidade e que 17/58 das famílias restantes são da classe B. A partir dessas informações, julgue o item subsequente.

O número de famílias na classe A era superior a 700.
( ) Certo ( ) Errado

04. (FCC) Dos números que aparecem nas alternativas, o que mais se aproxima do valor da expressão $(0{,}619^2 – 0{,}599^2) \times 0{,}75$ é:
a) 0,0018.
b) 0,015.
c) 0,018.
d) 0,15.
e) 0,18.

05. (ACEP) Sejam *x* e *y* números reais dados por suas representações decimais
$$\begin{cases} x = 0{,}111111... \\ y = 0{,}999999... \end{cases}$$
Pode-se afirmar que:
a) $x + y = 1$
b) $x - y = 8 / 9$
c) $xy = 0{,}9$
d) $1 / (x + y) = 0{,}9$
e) $xy = 1$

06. (TRT) Uma pessoa saiu de casa para o trabalho decorridos 5/18 de um dia e retornou à sua casa decorridos 13/16 do mesmo dia. Permaneceu fora de casa durante um período de:
a) 14 horas e 10 minutos.
b) 13 horas e 50 minutos.
c) 13 horas e 30 minutos.
d) 13 horas e 10 minutos.
e) 12 horas e 50 minutos.

07. (CESGRANRIO) No primeiro dia de trabalho, João construiu 1/3 de um muro e, no segundo dia, 1/5 do mesmo muro, totalizando $24m^2$. Quantos metros quadrados terá esse muro?
a) 21 b) 36 c) 42
d) 45 e) 48

08. (BNDES) Quantos são os números inteiros, compreendidos entre 100 e 200, que são múltiplos de 3 e, simultaneamente, não são múltiplos de 5?
a) 13
b) 16
c) 21
d) 26
e) 27

09. (TRT) Uma enfermeira recebeu um lote de medicamentos com 132 comprimidos de analgésico e 156 comprimidos de antibiótico. Deverá distribuí-los em recipientes iguais, contendo, cada um, a maior quantidade possível de um único tipo de medicamento. Considerando que todos os recipientes deverão receber a mesma quantidade de medicamento, o número de recipientes necessários para essa distribuição é:
a) 24 b) 16 c) 12
d) 8 e) 4

10. (ESAF) Qual a fração que dá origem à dízima 2,54646... em representação decimal?
a) 2.521 / 990
b) 2.546 / 999
c) 2.546 / 990
d) 2.546 / 900
e) 2.521 / 999

11. (FCC) Sistematicamente, Fábio e Cíntia vão a um mesmo restaurante: Fábio a cada 15 dias e Cíntia a cada 18 dias. Se em 10 de outubro de 2004 ambos estiveram em tal restaurante, outro provável encontro dos dois nesse restaurante ocorrerá em
a) 9 de dezembro de 2004.
b) 10 de dezembro de 2004.
c) 8 de janeiro de 2005.
d) 9 de janeiro de 2005.
e) 10 de janeiro de 2005.

12. (FCC) Suponha que, sistematicamente, três grandes instituições − X , Y e Z − realizam concursos para preenchimento de vagas: X de 1,5 em 1,5 anos, Y de 2 em 2 anos e Z de 3 em 3 anos. Considerando que em janeiro de 2006 as três realizaram concursos, é correto concluir que uma nova coincidência ocorrerá em
a) julho de 2015.
b) junho de 2014.
c) julho de 2013.
d) janeiro de 2012.
e) fevereiro de 2011.

13. (B. do Brasil) Uma pessoa tem duas folhas de cartolina, ambas quadradas e com superfície de $2304cm^2$ e $1296cm^2$. Ela deseja recortá-las em pequenos quadrados todos iguais e de maior área possível. O lado de cada quadradinho, em centímetros, medirá:
a) 11 b) 12 c) 13
d) 14 e) 15

14. Três rolos de fio medem, respectivamente, 24m, 84m, 90m. Eles foram cortados em pedaços iguais e do maior tamanho possível. Então, o comprimento de cada pedaço é:
a) 8m b) 3m c) 6m
d) 2m e) 4m

15. (FCC) Um auxiliar de enfermagem pretende usar a menor quantidade possível de gavetas para acomodar 120 frascos de um tipo de medicamento, 150 frascos de outro tipo e 225 frascos de um terceiro tipo. Se ele colocar a mesma quantidade de frascos em todas as gavetas, e medicamentos de um único tipo em cada uma delas, quantas gavetas deverá usar?
a) 33 b) 48 c) 75
d) 99 e) 165

16. O produto de dois números é 1.176 e o mínimo múltiplo comum é 84. O máximo divisor comum desses mesmos números é:
a) 84 b) 42
c) 14 d) 28

CAPÍTULO 04

PROPORCIONALIDADE E PORCENTAGEM

RAZÃO E PROPORÇÃO

RAZÕES

DEFINIÇÃO: Denominamos de **razão** entre dois números *a* e *b* (*b* diferente de zero) o quociente a / b ou a : b.

EXEMPLO: Para cada 100 convidados, 75 eram mulheres. A razão entre o número de mulheres e o número de convidados:

$$75 : 100 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

Observe a razão:

$$\boxed{a : b = \frac{a}{b}}$$ (lê-se "a está para b" ou "a para b").

Na razão a:b ou a/b, o número a é denominado **antecedente** e o número b é denominado **consequente**. Veja o exemplo:

Ex: $\frac{4}{7}\begin{cases}4 = \text{antecedente}\\7 = \text{consequente}\end{cases}$

RAZÕES FREQUENTES EM CONCURSOS

1. VELOCIDADE MÉDIA:

$$\boxed{Vm = \frac{\Delta s}{\Delta t}}$$

Razão entre a distância e o tempo.
Unidade de Medida: Km/h ou m/s.

2. CONCORRÊNCIA DE UM CONCURSO:

$$\boxed{C = \frac{\text{Nº de Candidatos}}{\text{Nº de Vagas}}}$$

Razão entre o número de candidatos e o de vagas.
Unidade de Medida: candidatos/vaga

3. DENSIDADE DE UM CORPO:

$$\boxed{d = \frac{m}{V}}$$

Razão entre a massa do corpo e seu volume.
Unidade de medida: Kg/m^3 ou g/cm^3.

4. DENSIDADE DEMOGRÁFICA:

$$\boxed{D_p = \frac{\text{Nº de Habitantes}}{\text{Área}}}$$

Razão entre o número de habitantes e a Área do local.
Unidade de Medida: Hab/Km^2 ou Hab/m^2.

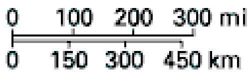
5. ESCALA:

Escala 1:1.150.000

$$\boxed{E = \frac{d}{D}}$$

Razão entre a distância no mapa (d) e a distância real (D).
OBS: A escala não tem unidade de medida.

A escala gráfica vem expressa no mapa e cada graduação representa 1cm de comprimento no mapa ou desenho.
EXEMPLO:



$$E = \frac{1cm}{150Km} = \frac{1cm}{15.000.000cm} = 1:15.000.000$$

QUESTÃO CLÁSSICA DAS TORNEIRAS

Sejam duas torneiras A e B e os tempos que cada uma leva para encher um tanque sozinha, T_A e T_B, respectivamente. Se as duas torneiras forem ligadas juntas, o tempo T que as duas levam para encher o tanque será dado pela expressão:

$$\boxed{\frac{1}{T} = \frac{1}{T_A} + \frac{1}{T_B}}$$

DEMONSTRAÇÃO:
A vazão é dada por V = 1 / T, com isso:
$V = V_a + V_b$
$1/T = 1/T_a + 1/T_b$
Esta é apenas uma ilustração sobre este tipo de questão, podendo ser aplicado não só para torneiras e líquidos mas também em situações que envolvam pessoas, trabalho, dinheiro, etc. E também serve para mais de dois objetos, basta acrescentar os valores ao final da fórmula!

EXEMPLO: Um pedreiro poderia fazer um muro em 40 dias e outro pedreiro faria o mesmo muro em 60 dias. Trabalhando os dois juntos, em quantos dias concluiriam o muro?

SOLUÇÃO:
Este problema é equivalente ao das torneiras, portanto vale a expressão:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_A} + \frac{1}{T_B}$$

Substituindo o tempo de cada pedreiro:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{40} + \frac{1}{60} \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{3+2}{120} \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{5}{120} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = \frac{120}{5} \Rightarrow T = 24\,\text{dias}$$

PROPORÇÕES

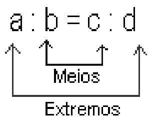
DEFINIÇÃO: Proporção é uma igualdade entre duas ou mais razões.

Dados quatro números racionais a, b, c, d, diferentes de, nessa ordem, dizemos que eles formam uma proporção quando a razão entre 1º e o 2º for igual à razão entre 3º e o 4º. Representamos da seguinte forma:

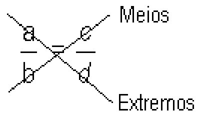
$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ou } a : b = c : d}$$

(lê-se: "*a* está para *b* assim como *c* está para *d*")

Temos ainda na proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ que os termos a e b são chamados de extremos e os termos c e d são chamados de meios.



ou



PROPRIEDADES IMPORTANTES

1ª Propriedade Fundamental:
Em toda proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a\,.\,d = b\,.\,c$$

2ª Propriedade:
Numa proporção, a soma dos antecedentes está para a soma dos consequentes, assim como cada antecedente está para o seu consequente.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

DIVISÃO PROPORCIONAL

- **NÚMEROS DIRETAMENTE PROPORCIONAIS:**

Duas grandezas variáveis dependentes são diretamente proporcionais quando aumentando os valores da primeira grandeza, os valores correspondentes da segunda também aumentam. Podemos dizer também que quando diminuirmos uma grandeza, a outra também diminuir, elas são diretamente proporcionais.

Em se tratando de números, uma sequência de números (a_1, a_2, a_3, ..., a_n) será diretamente proporcional a uma outra sequência numérica (b_1, b_2, b_3, ..., b_n) quando as **razões** entre os termos correspondentes forem iguais, ou seja:

$$\boxed{\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=...=\frac{a_n}{b_n}=k}$$

O termo "k" é chamado de **fator de proporcionalidade** ou **coeficiente de proporcionalidade**.

- **NÚM. INVERSAMENTE PROPORCIONAIS:**

Duas grandezas variáveis dependentes são inversamente proporcionais quando aumentando os valores da primeira grandeza, os valores correspondentes da segunda diminuem. Se tivermos uma sequência de números (a_1, a_2 a_3, ..., a_n) ela será inversamente proporcional a uma outra sequência numérica (b_1, b_2, b_3, ..., b_n) quando o **produto** entre os termos correspondentes forem iguais ou quando a **razão** entre os valores da primeira sequência e o **inverso** dos valores correspondentes da segunda são iguais, ou seja:

$$\boxed{a_1\cdot b_1=a_2\cdot b_2=a_3\cdot b_3=\ ...\ =a_n\cdot b_n\ =k}$$

ou

$$\boxed{\frac{a_1}{\frac{1}{b_1}}=\frac{a_2}{\frac{1}{b_2}}=\frac{a_3}{\frac{1}{b_3}}=...=\frac{a_n}{\frac{1}{b_n}}=k}$$

DICA!!!

- **Diretamente e Diretamente Proporcionais:**

$$(a_1,a_2,a_3,...,a_n)\begin{cases}\text{Diretament e Prop. a}:\ (b_1,b_2,b_3,...,b_n)\\ \text{Diretament e Prop. a}:\ (c_1,c_2,c_3,...,c_n)\end{cases}$$

Então:

$$\boxed{\frac{a_1}{b_1.c_1}=\frac{a_2}{b_2.c_2}=\frac{a_3}{b_3.c_3}=...=\frac{a_n}{b_n.c_n}}$$

- **Inversamente e Inversamente Proporcionais:**

$$(a_1,a_2,a_3,...,a_n)\begin{cases}\text{Inversamente Prop. a}:\ (b_1,b_2,b_3,...,b_n)\\ \text{Inversamente Prop. a}:\ (c_1,c_2,c_3,...,c_n)\end{cases}$$

Com isso:

$$\boxed{\frac{a_1}{\frac{1}{b_1.c_1}}=\frac{a_2}{\frac{1}{b_2.c_2}}=\frac{a_3}{\frac{1}{b_3.c_3}}=...=\frac{a_n}{\frac{1}{b_n.b_n}}}$$

- **Diretamente e Inversamente Proporcionais:**

$$(a_1,a_2,a_3,...,a_n)\begin{cases}\text{Diretament e Prop. a}:\ (b_1,b_2,b_3,...,b_n)\\ \text{Inversamente Prop. a}:\ (c_1,c_2,c_3,...,c_n)\end{cases}$$

Então podemos dizer que:

$$\boxed{\frac{\frac{a_1}{b_1}}{c_1}=\frac{\frac{a_2}{b_2}}{c_2}=\frac{\frac{a_3}{b_3}}{c_3}=...=\frac{\frac{a_n}{b_n}}{b_n}}$$

REGRA DE TRÊS

REGRA DE TRÊS SIMPLES

Regra de três simples é um processo prático para resolver problemas que envolvam quatro valores dos quais conhecemos três deles. Devemos, portanto, determinar um valor a partir dos três já conhecidos.

Passos para a resolução de uma regra de três simples:

1º) Construir uma tabela, agrupando as grandezas da mesma espécie em colunas e mantendo na mesma linha as grandezas de espécies diferentes em correspondência.

2º) Identificar se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.

3º) Montar a proporção e resolver a equação.

EXEMPLO: Na extremidade de uma mola colocada verticalmente, foi pendurado um corpo com a massa de 10Kg e verificamos que ocorreu um deslocamento no comprimento da mola de 54cm. Se colocarmos um corpo com 15Kg de massa na extremidade dessa mola, qual será o deslocamento no comprimento da mola?

SOLUÇÃO:

Construa uma tabela relacionando as duas grandezas, ou seja, o comprimento da mola e a massa do objeto pendurado e verifique se as duas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais:

Massa do Corpo ↑	Deslocamento da mola ↑
10 kg	54cm
15kg	x

Como as grandezas são diretamente proporcionais, as setas ficam no mesmo sentido, isto significa que: quanto mais pesado for o objeto maior o deslocamento da mola.

Então:

$$\frac{10}{15}=\frac{54}{x}\Rightarrow x=\frac{15.54}{10}\Rightarrow x=81$$

R: Se colocarmos um objeto de 15Kg o deslocamento da mola será de 81cm.

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

A regra de três composta é utilizada em problemas com mais de duas grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

Passos para a resolução de uma regra de três composta:

1º) Montar uma tabela com uma coluna para cada grandeza e com duas linhas, sendo que a primeira linha indica as grandezas relativas à primeira situação enquanto que a segunda linha indica os valores conhecidos da segunda situação.

2º) Escolhe-se uma grandeza para servir de referência.

3º) Comparamos cada uma das outras grandezas com a grandeza de referência isoladamente para sabermos se são diretamente proporcionais (setas no mesmo sentido) ou inversamente proporcionais (setas invertidas).

4º) Isolamos no 1º membro a razão da grandeza de referência e no 2º membro multiplicamos as razões as outras grandezas invertendo aquelas que são inversamente proporcionais e mantendo aquelas que são diretamente proporcionais.

EXEMPLO: Em 8 horas, 20 caminhões descarregam 160m^3 de areia. Em 5 horas, quantos caminhões serão necessários para descarregar 125m^3?

SOLUÇÃO:
Vamos montar a tabela e tomar como referência o número de caminhões:

Caminhões	Horas	Volume
↑ 20	↓ 8	↑ 160
x	5	125

Logo:

$$\frac{20}{x}=\frac{5}{8}\cdot\frac{160}{125} \Rightarrow x=\frac{8\,.\,125\,.\,20}{5\,.\,160} \Rightarrow x=25$$

R: São necessários 25 caminhões.

PORCENTAGEM

Praticamente todos os dias, observamos nos meios de comunicação, expressões matemáticas relacionadas com porcentagem. O termo por cento é proveniente do Latim *per centum* e quer dizer por cem. É um modo de expressar uma proporção ou uma relação entre 2 valores (um é a parte e o outro é o inteiro) a partir de uma fração cujo denominador é 100. Ou seja é dividir um número por 100.

RAZÃO CENTESIMAL

Toda a razão que tem o consequente igual a 100 denomina-se razão centesimal.

EXEMPLO: $\frac{7}{100}, \frac{14}{100}, \frac{117}{100}$

Podemos representar uma razão centesimal de outras formas:

$$\frac{7}{100}=0{,}07=7\% \rightarrow \text{lê-se: sete por cento}$$

$$\frac{14}{100}=0{,}14=14\% \rightarrow \text{lê-se: quatorze por cento}$$

$$\frac{120}{100}=1{,}20=120\% \rightarrow \text{lê-se: cento e vinte por cento}$$

As expressões 7%, 14% e 120% são chamadas taxas centesimais ou taxas percentuais.

PORCENTAGEM DE UM NÚMERO

É o valor obtido ao aplicarmos uma taxa percentual a um determinado valor.

Ex$_1$: Sabendo que X% de 4 = 3**,** então ao calcular o valor de X encontramos:

SOLUÇÃO:

$$\frac{x}{100}\cdot 4=3 \Rightarrow 4x=300 \Rightarrow x=\frac{300}{4} \Rightarrow x=75\%$$

Ex$_2$: Num laboratório, 32% das cobaias são brancas e as outras 204 são cinzas. Quantas cobaias há neste laboratório?

SOLUÇÃO:
O total de cobaias corresponde a 100%:
brancas (32%) + cinzas (x%) = total (100%)
x% = 100% - 32% = 68%
Então, as 204 cobaias cinzas são 68% do total.
Chamando o total de cobaias de C, poderemos escrever:
68% de C = 204
68/100 . C = 204
C = 20400/68
C = 300
Portanto, há 300 cobaias no laboratório.

AUMENTOS (+)

No dia a dia fazemos muitos cálculos de aumento percentual. O exemplo mais conhecido é o da comissão de serviço (10% do garçom).

Se, por exemplo, há um aumento (acréscimo) de 10% a um determinado valor, podemos calcular o novo valor apenas multiplicando esse valor por 1,10, que é o fator de multiplicação. Se o acréscimo for de 20%, multiplicamos por 1,20, e assim por diante.

Ex:

Aumento	Fator de Multiplicação
10%	1,10
23%	1,23
35%	1,35
56%	1,56
73%	1,73

EX: A conta de um restaurante indicava uma despesa de R$ 26,00 e trazia a seguinte observação: "Não incluímos os 10% de serviço". Quanto representam, em dinheiro, os 10% de serviço e quanto fica o total da despesa se nela incluirmos a porcentagem referente ao serviço?

SOLUÇÃO:
10% de 26,00 = 10/100 . 26 = 2,60
Portanto, os 10% de serviço representam R$ 2,60.

Incluindo esta porcentagem na despesa original, teremos:
26,00 + 2,60 = 28,60
Assim, o total da despesa passa a ser de R$ 28,60.

DESCONTOS (-)

São comuns também no dia a dia as operações de desconto, chamado muitas vezes de liquidação, saldão, etc, em que há uma diminuição percentual do valor do objeto a ser vendido.

As operações de desconto não necessariamente acontecem em situações de vendas, elas ocorrem, por exemplo quando o governo retira a porcentagem equivalente à contribuição para a seguridade social.

No caso de haver um desconto (decréscimo), o fator de multiplicação será:

Fator M. = 1 – taxa de desconto (na forma decimal)

Ex:

Desconto	Fator de Multiplicação
10%	0,90
25%	0,75
40%	0,60
63%	0,37
80%	0,20

AUMENTOS E DESCONTOS SUCESSIVOS

Dois aumentos sucessivos de 10% e 20% é igual a um único aumento de quantos por cento? 30? Não!

Atribuindo um valor qualquer inicial, 100 por exemplo, temos:

1º Aumento: 100 + 10%.100 = 110

2º Aumento: 110 + 20%.110 = 132

Aumento total: 132 – 100 = 32

Ou seja, o aumento total foi de 32%. (note que o valor inicial é irrelevante neste cálculo)

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (ESAF) Um químico deve preparar dois litros de uma mistura formada por duas substâncias A e B na proporção de 3 de A para 2 de B. Distraidamente ele misturou 500 ml de A com 1 litro de B. Sabendo-se que ele não tem mais do elemento B, como deve proceder para obter a mistura desejada?

a) Apenas acrescentar 1 litro da substância A à sua mistura.

b) Apenas acrescentar 500 ml da substância A à sua mistura.

c) Descartar 200 ml de sua mistura e acrescentar 700 ml da substância A.

d) Descartar 300 ml de sua mistura e acrescentar 800 ml da substância A.

e) Descartar 400 ml de sua mistura e acrescentar 900 ml da substância A.

02. (ESAF) Em uma academia de artes, 20% dos professores são músicos, 10% dos professores são poetas e os 70% restantes são artistas plásticos. Tem-se ainda que 40% desses artistas plásticos são pintores e os 60% restantes são escultores. Qual a proporção de professores que são escultores nessa academia?

a) 42% b) 35% c) 50%

d) 52% e) 60%

03. (ESAF) Considerando o enunciado da questão anterior, qual a relação entre o número de pintores e o de músicos?

a) 4,2 para 2. b) 3 para 1. c) 2,8 para 1.

d) 2,8 para 2. e) 2 para 1.

04. (ESAF) Um passageiro, para viajar de A para C, deve ir de ônibus de A até B e de trem de B até C, sendo que B está na metade do caminho entre A e C. Os ônibus, de A para B, e os trens, de B para C, saem sempre no mesmo horário, a cada 20 minutos. Sabendo-se que a velocidade média do ônibus para ir de A até B é de 60 km/h, que a distância entre A e C é de 100 km e que o passageiro chegou em B, pegou o primeiro trem que partia para C e chegou em C exatamente uma hora e meia após partir de A, qual a velocidade média do trem para ir de B até C?

a) 100 km/h b) 90 km/h c) 70 km/h

d) 80 km/h e) 60 km/h

05. (FCC) Trabalhando ininterruptamente, dois técnicos judiciários arquivaram um lote de processos em 4 horas. Se, sozinho, um deles realizasse essa tarefa em 9 horas de trabalho ininterrupto, o esperado é que o outro fosse capaz de realizá-la sozinho se trabalhasse ininterruptamente por um período de:

a) 6 horas.

b) 6 horas e 10 minutos.

c) 6 horas e 54 minutos.

d) 7 horas e 12 minutos.

06. (ESAF) Lúcio faz o trajeto entre sua casa e seu local de trabalho caminhando, sempre a uma velocidade igual e constante. Neste percurso, ele gasta exatamente 20 minutos. Em um determinado dia, em que haveria uma reunião importante, ele saiu de sua casa no preciso tempo para chegar ao trabalho 8 minutos antes do início da reunião. Ao passar em frente ao Cine Bristol, Lúcio deu-se conta de que se, daquele ponto, caminhasse de volta à sua casa e imediatamente reiniciasse a caminhada para o trabalho, sempre à mesma velocidade, chegaria atrasado à reunião em exatos 10 minutos. Sabendo que a distância entre o Cine Bristol e a casa de Lúcio é de 540 metros, a distância da casa de Lúcio a seu local de trabalho é igual a:

a) 1.200m b) 1.500m c) 1.080m

d) 760m e) 1.128m

07. (CESPE) Uma empresa de transporte coletivo serve 3 localidades de uma cidade. Para atender às 3 localidades, os veículos da empresa são divididos em 3 grupos, em quantidades que são diretamente proporcionais aos números 5, 7 e 11. O produto das quantidades de veículos dos dois grupos menores é igual a 140. Nessa situação, a frota dessa empresa é composta de

a) 44 veículos. b) 46 veículos.

c) 48 veículos. d) 50 veículos.

08. (ESAF) Um pai deseja dividir uma fazenda de 500 alqueires entre seus três filhos, na razão direta da quantidade de filhos que cada um tem e na razão inversa de suas rendas. Sabendo-se que a renda do filho mais velho é duas vezes a renda do filho mais novo e que a renda do filho do meio é três vezes a renda do mais novo, e que, além disso, o filho mais velho tem três filhos, o filho do meio tem dois filhos e o filho mais novo tem dois filhos, quantos alqueires receberá o filho do meio?

a) 80 b) 100 c) 120

d) 160 e) 180

09. (ESAF) Dois pintores com habilidade padrão conseguem pintar um muro na velocidade de 5 metros quadrados por hora. Se fossem empregados, em vez de dois, três pintores com habilidade padrão, os três pintariam:

a) 15 metros quadrados em 3 horas.
b) 7,5 metros quadrados em 50 minutos.
c) 6 metros quadrados em 50 minutos.
d) 7,5 metros quadrados em 30 minutos.
e) 5 metros quadrados em 40 minutos.

10. (ESAF) Uma picape para ir da cidade A para a cidade B gasta dois tanques e meio de óleo diesel. Se a distância entre a cidade A e a cidade B é de 500 km e neste percurso ele faz 100 km com 25 litros de óleo diesel, quantos litros de óleo diesel cabem no tanque da picape?
a) 60 b) 50 c) 40
d) 70 e) 80

11. (ESAF) Um grupo de 10 trabalhadores pode fazer uma estrada em 96 dias, trabalhando 6 horas por dia. Se o mesmo grupo trabalhar 8 horas por dia, a estrada será concluída em:
a) 90 dias b) 84 dias c) 72 dias
d) 128 dias e) 60 dias

12. (ESAF) Com 50 trabalhadores, com a mesma produtividade, trabalhando 8 horas por dia, uma obra ficaria pronta em 24 dias. Com 40 trabalhadores, trabalhando 10 horas por dia, com uma produtividade 20% menor que os primeiros, em quantos dias a mesma obra ficaria pronta?
a) 24 b) 16 c) 30
d) 15 e) 20

13. (FCC) Suponha que 8 máquinas de terraplanagem, todas com a mesma capacidade operacional, sejam capazes de nivelar uma superfície de 8000 metros quadrados em 8 dias, se funcionarem ininterruptamente 8 horas por dia. Nas mesmas condições, quantos metros quadrados poderiam ser nivelados por 16 daquelas máquinas, em 16 dias de trabalho e 16 horas por dia de funcionamento ininterrupto?
a) 16000 b) 20000 c) 64000
d) 78000 e) 84000

14. (SEFAZ) Um agricultor sabe que 1.200 frangos consomem 9.000kg de ração em 30 dias. Admitindo-se que ele tenha adquirido 1.500 frangos e 16.500kg de ração, essa quantidade será suficiente para alimentar as aves por:
a) 42 dias b) 44 dias c) 45 dias
d) 46 dias e) 48 dias

15. (ESAF) Uma empresa de turismo fechou um pacote para um grupo de 80 pessoas, com o qual ficou acordado que cada pessoa que participasse pagaria R$ 1.000,00 e cada pessoa que desistisse pagaria apenas uma taxa de R$ 150,00. Se a empresa de turismo arrecadou um total de R$ 59.600,00, qual a porcentagem das pessoas que desistiram do pacote?
a) 20% b) 24% c) 30%
d) 42% e) 36%

16. (FCC) Uma pesquisa revelou que, nos anos de 2006, 2007 e 2008, os totais de processos que deram entrada em uma Unidade do TRT aumentaram, respectivamente, 10%, 5% e 10%, cada qual em relação ao ano anterior. Isso equivale a dizer que, nessa Unidade, o aumento cumulativo das quantidades de processos nos três anos foi de
a) 25% b) 25,25% c) 26,15%
d) 26,45% e) 27,05%

17. (ESAF) Em um determinado período de tempo, o valor do dólar americano passou de R$ 2,50 no início para R$ 2,00 no fim do período. Assim, com relação a esse período, pode-se afirmar que:
a) O dólar se desvalorizou 25% em relação ao real.
b) O real se valorizou 20% em relação ao dólar.
c) O real se valorizou 25% em relação ao dólar.
d) O real se desvalorizou 20% em relação ao dólar.
e) O real se desvalorizou 25% em relação ao dólar.

18. (ESAF) Em uma universidade, 56% dos alunos estudam em cursos da área de ciências humanas e os outros 44% estudam em cursos da área de ciências exatas, que incluem matemática e física. Dado que 5% dos alunos da universidade estudam matemática e 6% dos alunos da universidade estudam física e que não é possível estudar em mais de um curso na universidade, qual a proporção dos alunos que estudam matemática ou física entre os alunos que estudam em cursos de ciências exatas?
a) 20,00% b) 21,67%. c) 25,00%.
d) 11,00%. e) 33,33%.

19. (ESAF) Um rio principal tem, ao passar em determinado ponto, 20% de águas turvas e 80% de águas claras, que não se misturam. Logo abaixo desse ponto desemboca um afluente, que tem um volume d'água 30% menor que o rio principal e que, por sua vez, tem 70% de águas turvas e 30% de águas claras, que não se misturam nem entre si nem com as do rio principal. Obtenha o valor mais próximo da porcentagem de águas turvas que os dois rios terão logo apos se encontrarem.
a) 41% b) 35% c) 45%
d) 49% e) 55%

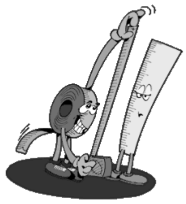
20. (ESAF) Em um ponto de um canal, passam em media 25 barcos por hora quando esta chovendo e 35 barcos por hora quando não esta chovendo, exceto nos domingos, quando a frequência dos barcos cai em 20%. Qual o valor mais próximo do número médio de barcos que passaram por hora neste ponto, em um fim de semana, se choveu durante 2/3 das horas do sábado e durante 1/3 das horas do domingo?
a) 24,33 b) 26,83 c) 25,67
d) 27,00 e) 30,00

CAPÍTULO 05

UNIDADES DE MEDIDA

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

DEFINIÇÃO E HISTÓRICO:



Para efetuar medições é necessário fazer uma padronização, escolhendo unidades para cada grandeza. Antes da instituição do Sistema Métrico Decimal (no final do século XVIII), as unidades bde medida eram definidas de maneira arbitrária, variando de um país para outro, dificultando as transações comerciais e o intercâmbio científico entre eles.

As unidades de comprimento, por exemplo, eram quase sempre derivadas das partes do corpo do rei de cada país: a jarda, o pé, a polegada e outras. Até hoje, estas unidades são usadas nos Estados Unidos da América, embora definidas de uma maneira menos individual, mas através de padrões restritos às dimensões do meio em que vivem e não mais as variáveis desses indivíduos.

Com a necessidade de se criar um sistema padrão de medidas, em 1791, época da Revolução francesa, um grupo de representantes de vários países reuniu-se para discutir a adoção de um sistema único de medidas, criando-se então o **sistema métrico decimal**.

O Sistema Métrico Decimal faz parte do Sistema de Medidas, e este é adotado no Brasil e tem como unidade principal fundamental **o metro.**

O METRO:

O termo "metro" vem do grego métron e significa "o que mede". A princípio foi estabelecido inicialmente que a medida do metro seria a décima milionésima parte da distância do Pólo Norte ao Equador, no meridiano que passa por Paris.

Hoje em dia o metro corresponde ao espaço linear percorrido pela luz no vácuo durante um certo intervalo de tempo. No Brasil, o metro foi adotado oficialmente em 1928.

AS PRIMEIRAS MEDIÇÕES:

No mundo atual, temos os mais diversos meios e instrumentos que permitem ao homem moderno medir comprimentos. Porém nem sempre foi desta forma, há 3.000 anos, quando não se existia os recursos atuais, como o homem fazia para efetuar medidas de comprimentos?

Esta necessidade de medir espaços é tão antiga quanto à necessidade de contar. Quando o homem começou a construir suas habitações e desenvolver sua agricultura e outros meios de sobrevivência e desenvolvimento econômico, que se fazia necessário medir espaços, então houve ai a necessidade de se medir espaços.

Desta forma, para medir espaços o homem antigo, tinha como base seu próprio corpo, por isto que surgiram: polegadas, a braça, o passo, o palmo. Algumas destas medidas ainda são usadas até hoje, como é o caso da polegada.

Há algum tempo, o povo egípcio usava como padrão para comprimento, o "cúbito", que é a distância do cotovelo a ponta do dedo médio.

Como as pessoas, é claro, tem tamanhos diferentes, o "cúbito" variava de uma pessoa para outra, fazendo com que houvesse muita divergência nos resultados finais de medidas.

Então, vendo este problema de variação de medidas, o povo egípcio resolveu adotar uma outra forma de medir o "cúbito", passaram então ao invés de usar seu próprio corpo, a usarem uma barra de pedra como o mesmo comprimento, assim deu-se origem então o "cúbito padrão".

Como era impossível realizar medições em extensões grandes, o povo egípcio então começou a usar cordas, para medir grandes áreas. Tinham nós que eram igualmente colocados em espaços iguais, e o intervalo entre estes nós, poderia medir "x" cúbitos fixos. Desta forma de medição com cordas, originou-se o que chamamos hoje de "trena".

MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS DO METRO:

A unidade principal de comprimento é o metro, entretanto existem situações em que essa unidade deixa de ser conveniente. Às vezes a extensão que se quer medir é muito grande e em outras elas são muito pequenas para o metro.

Devido a essa necessidade de medir coisas muito maiores ou muito menores do que o metro foram criados os múltiplos e submúltiplos do metro que também são chamados de unidades secundárias de comprimento.

Veja abaixo o quadro que contém múltiplos e submúltiplos do metro cujos nomes são formados com o uso dos prefixos: quilo, hecto, deca, deci, centi e mili.

Múltiplos			Unidade Principal	Submúltiplos		
Quilômetro	Hectômetro	Decâmetro	Metro	Decímetro	Centímetro	Milímetro
km	**hm**	**dam**	**m**	**dm**	**cm**	**mm**
0,001	0,01	0,1	**1m**	10	100	1000
0,005	0,05	0,5	**5m**	50	500	5000

Os múltiplos são usados para medir grandes distâncias e os submúltiplos quando queremos medir distâncias relativamente pequenas.

LEITURA DAS MEDIDAS DE COMPRIMENTO:

A leitura das medidas de comprimentos pode ser efetuada com o auxílio do quadro de unidades.

EXEMPLO: Leia a seguinte medida: 27,035 m.

Sequência prática:

1º) Escrever o quadro de unidades:

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

2º) Colocar o número no quadro de unidades, localizando o último algarismo da parte inteira sob a sua respectiva.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
		2	7,	0	3	5

3º) Após ter colocado os respectivos valores dentro das unidades equivalentes, lê-se a parte inteira acompanhada da unidade de medida do seu último algarismo e a parte decimal com a unidade de medida o último algarismo.

27 metros e 35 milímetros

Outros exemplos:

6,07 km	lê-se: "seis quilômetros e sete decâmetros"
82,107 dam	lê-se: "oitenta e dois decâmetros e cento e sete centímetros".
0,003 m	lê-se: "três milímetros".

TRANSFORMAÇÃO DE UNIDADES

Este é um item que é muito pedido em grande parte de concursos que exigem matemática, e é justamente onde muitas pessoas que estudam este tema tem comprometido seus resultados.

Na maioria das vezes este conteúdo é cobrado em questões de outros conteúdos: regra de três, problemas do 1º grau, geometria, etc. Portanto, não devemos subestimar nenhum conteúdo, pois todos eles são fundamentais.

1) MEDIDAS DE COMPRIMENTO:

Observe a tabela abaixo:

X10 x10 x10 x10 x10 x10

Km	Hm	Dam	M	Dm	Cm	Mm

:10 :10 :10 :10 :10 :10

Ex: Transforme 17,475hm em m:

Para transformar hm (hectômetro) em m (metro) multiplicamos por 100, ou seja, (10 x 10), pois são duas casas de hm para m.
17,475 x 100 = 1747,50

Ou seja, 17,475 hm = 1747,50m

Obs.: ***Perímetro*** é a soma dos lados de uma figura plana.

2) MEDIDAS DE ÁREA:

x100 x100 x100 x100 x100 x100

Km^2	Hm^2	Dam^2	M^2	Dm^2	Cm^2	Mm^2

:100 :100 :100 :100 :100 :100

Ex.: Transforme $27m^2$ em hm^2:

De m^2 para hm^2, basta dividirmos por 100 duas vezes, ou seja, dividir por 10000. Logo, 27/10000 = $0,0027hm^2$

3) MEDIDAS DE VOLUME OU CAPACIDADE:

x1000 x1000 x1000 x1000 x1000 x1000

Km^3	Hm^3	Dam^3	M^3	Dm^3	Cm^3	Mm^3

:1000 :1000 :1000 :1000 :1000 :1000

Ex.: Transforme $0,832m^3$ em dam^3:

De m^3 para dam^3 é apenas uma casa, portanto basta dividir por 1000. Logo, 0,832/1000 = $0,000832dam^3$.

O volume (ou capacidade) também pode ser expresso em litros:

X10 x10 x10 x10 x10 x10

KL	hL	daL	L	dL	cL	mL

:10 :10 :10 :10 :10 :10

Obs.: 1000L = $1m^3$ ou ainda 1L = $1dm^3$.

4) MEDIDAS DE MASSA:

X10 x10 x10 x10 x10 x10

Kg	Hg	Dag	g	dg	cg	mg

:10 :10 :10 :10 :10 :10

Ex.: Transforme 369cg em dag:

De cg para dag são 3 casas, portanto basta dividir por 1000. Logo, 369/1000 = 0,369dag.

Obs.: 1 Tonelada = 1000kg
1 Arroba = 15kg

5) MEDIDAS DE TEMPO:

Sobre as medidas de tempo sabe-se que:
1min = 60s
1h = 60min . 60 = 3600s
1 dia = 24h
1dia = 24h . 60 . 60 = 84.400s

Obs.: Se uma pessoa começar um serviço na hora inicial Hi e o terminar na hora final Hf, o tempo que esta pessoa levou para concluir este serviço foi:

$$\boxed{\Delta T = Hf - Hi}$$

Onde ΔT é o tempo em que o serviço foi concluído.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (TRT) Um fio de arame mede 23 metros. Quantos pregos de 2,5 cm podem ser fabricados com esse fio?
a) 92
b) 100
c) 920
d) 980
e) 200

02. Ana e Beatriz saíram de suas casas e foram à Agência dos Correios fazer suas inscrições para o ENEM. Ana está a 3/8 km da Agência dos Correios e Beatriz a 0,4km da Agência. Qual é a distância, em metros, da casa de Ana até a casa de Beatriz passando pela Agência dos Correios?
a) 2,5m
b) 775m
c) 7,75m
d) 0,375m
e) 37,5m

03. (ESAF) Uma bola de tênis é abandonada de uma altura de 1,2 m. Sabendo que ela volta até os 3/8 da altura de onde caiu, pergunta-se quantos metros percorreu essa bola desde que foi abandonada até bater no chão pela segunda vez:
a) 1,56 m
b) 1,65 m
c) 2,1 m
d) 2,2 m
e) 3,2 m

04. O musaranho é o menor dos mamíferos. Quando adulto, sua massa é de 15g. Alguns musaranhos têm, aproximadamente, 10cm de comprimento. Sua cauda tem 1,5cm a mais que a cabeça e, o corpo tem 1cm a mais que a cauda. Qual é o comprimento do corpo desse musaranho?
a) 2,5cm
b) 3,5cm
c) 5cm
d) 4,5cm
e) 2cm

05. (CESGRANRIO) Quantos metros quadrados há em $0{,}00007km^2$?
a) 0,07
b) 0,7
c) 7
d) 70
e) 700

06. Uma área retangular de 12 hm^2 vai ser loteada de acordo com um projeto de urbanização, que destina a Quarta parte dessa área para ruas internas no loteamento. A parte restante está dividida em 200 lotes iguais, retangulares, com comprimento igual ao dobro da largura. O perímetro, em metros, de cada lote será de:
a) 450
b) 225
c) 120
d) 90
e) 75

07. (CESGRANRIO) Um terreno retangular de 1.000 m^2 é tal que seu comprimento mede 15 m a mais do que sua largura. O perímetro desse terreno, em metros, é
a) 40
b) 65
c) 130
d) 220
e) 400

08. (TJE) Uma fazenda tem superfície de $6km^2$ + $150hm^2$ + $2.500dam^2$ + $35.000m^2$ + $4.500.000dm^2$. A sua área expressa em hectares é de:
a) 48.600
b) 52.400
c) 74.084
d) 65.800
e) 78.300

09. Nelson partiu do quilômetro 321 de uma estrada e foi até uma cidade que fica no quilômetro 620 dessa mesma estrada. Dessa cidade, ele voltou até uma fazenda que fica no quilômetro 452 dessa mesma estrada. Quantos metros Nelson percorreu?
a) 489m
b) 467.000m
c) 489.000m
d) 4.670m
e) 139.300m

10. (ESAF) Um vinicultor tem estocado 20 barris de vinho, com 150 litros cada um. Vai engarrafá-los em frascos que contém 0,75 litros cada. Quantos frascos serão necessários?
a) 2.600
b) 3.500
c) 4.000
d) 400
e) 350

11. (CESGRANRIO) José produziu 10 litros de licor de cupuaçu e vai encher 12 garrafas de 750ml para vender na feira. Não havendo desperdício, quantos litros de licor sobrarão depois que ele encher todas as garrafas?
a) 1,00
b) 1,25
c) 1,50
d) 1,75
e) 2,00

12. Uma indústria importou vinho estrangeiro em 20 barris de 160 litros cada. Calcule o número necessário de garrafas com capacidade de $800cm^3$ para colocar todo vinho importado:
a) 1000
b) 2000
c) 3000
d) 4000
e) 5000

13. (TJE) Um recipiente com capacidade de $12m^3$ tem 3/5 de sua capacidade preenchida com um certo líquido. Quantos litros desse líquido serão necessários para completá-lo?
a) 7400
b) 3600
c) 3800
d) 4800
e) 7200

14. Um automóvel pesa 50 arrobas, um ônibus pesa 1,5 t e cada saco de milho pesava 70 kg. Qual o peso em kg que leva um navio com 30 automóveis, 12 ônibus e 2.000 sacos de milho?
a) 200.000 kg
b) 180.500 kg
c) 190.860 kg
d) 210.000 kg
e) nda

15. Um remédio contém 2 mg de vitamina A, 0,2 mg de vitamina B, 3 mg de vitamina C e 1 g de açúcar em cada comprimido. Quanto pesará uma caixinha com 20 desses comprimidos, sabendo-se que a embalagem pesa 25 g?
a) 53,110 g
b) 43,123 g
c) 45,104 g
d) 44,100 g
e) nda

16. (CESPE) Em uma viagem de ônibus, um passageiro observou que o ônibus, após a partida, andou durante 1 hora e 50 minutos; então, fez uma parada para lanche de 25 minutos e andou mais 2 horas e 30 minutos até chegar ao destino. Então, o tempo de duração da viagem, desde a partida até a chegada ao destino, foi de:
a) 4 horas e 05 minutos
b) 4 horas e 25 minutos
c) 4 horas e 45 minutos
d) 4 horas e 55 minutos
e) 5 horas e 05 minutos

17. (CESPE) Em um aeroporto, se uma esteira transportadora gasta 50 segundos para transportar uma bagagem até a sala de distribuição, então ela gastará menos de 1 minuto caso sua velocidade seja reduzida em 20%.

18. (FCC) Certo dia, um técnico judiciário trabalhou ininterruptamente por 2h e 50min na digitação de um texto. Se ele concluiu essa tarefa quando eram decorridos 11/16 do dia, então ele iniciou a digitação do texto às:
a) 13h 40min
b) 13h 20min
c) 13h
d) 12h 20min
e) 12h 10min

CAPÍTULO 06

LÓGICA DAS RELAÇÕES

Em muitos editais de concursos atuais vemos expressões como:” estrutura lógica de relações arbitrárias entre pessoas, lugares, objetos ou eventos fictícios”. Trata-se basicamente de três tipos básicos de problemas: “ORDENAÇÃO”, “ASSOCIAÇÕES LÓGICAS” e “VERDADES E MENTIRAS”.

Estes assuntos são menos teóricos e mais práticos. Aprenderemos a reconhecer e a resolver questões de relações do jeito mais rápido possível: resolvendo-as!

Passemos à analise de cada um dos tipos de questões envolvendo associações de pessoas, objetos, lugares e etc, bastante cobrados em provas de concursos!

1º TIPO: ORDENAÇÃO (APENAS VERDADES)

Nesse tipo de questão o enunciado informa apenas dados verdadeiros, dos quais poderemos tirar conclusões que nos permitirá colocar em ordem pessoas, objetos, datas, idades, cores, figuras ou qualquer outro tipo de dado.

As “pistas” fornecidas devem ser seguidas corretamente para que se consiga colocar os dados fornecidos na ordem desejada, o que permitirá identificar o item correto da questão.

EXEMPLO: Marcos é mais alto que Naldo, que é mais baixo que Oscar, mas este não é o mais alto de todos. Desta forma, pondo os três em ordem crescente das idades, teremos:

SOLUÇÃO:

Sejam M, N e O as respectivas alturas de Marcos, Naldo e Oscar, então M > N e O > N. Como “Oscar não é o mais alto de todos”, podemos ordenar as alturas dos rapazes da seguinte forma: M > O > N.

2º TIPO: ASSOCIAÇÕES (APENAS VERDADES)

Assim como no 1º tipo, todas as informações dadas são verdadeiras. Logo, o que devemos saber é organizar as informações em uma tabela para cruzar os dados fornecidos. Por exemplo, cada coluna trata das informações de uma determinada pessoa e as linhas tratam das características dessas pessoas. O que devemos fazer é preencher a tabela, cruzando as informações de cada uma das pessoas, iniciando pelas informações diretas e posteriormente deduzindo as demais.

EXEMPLO: (ESAF) Os carros de Artur, Bernardo e César são, não necessariamente nesta ordem, uma Brasília, uma Parati e um Santana. Um dos carros é cinza, um outro é verde, e o outro é azul. O carro de Artur é cinza; o carro de César é o Santana; o carro de Bernardo não é verde e não é a Brasília. As cores da Brasília, da Parati e do Santana são, respectivamente:

a) cinza, verde e azul
b) azul, cinza e verde
c) azul, verde e cinza
d) cinza, azul e verde
e) verde, azul e cinza

SOLUÇÃO:
Temos as seguintes pessoas: Artur, Bernardo e César. Temos os seguintes carros: Brasília, Parati e Santana. As cores dos carros são: cinza, verde, e azul. No enunciado, são feitas as seguintes afirmações verdadeiras:

1. O carro de Artur é cinza;
2. O carro de César é o Santana;
3. O carro de Bernardo não é verde e não é a Brasília.

A questão pede a associação entre cada carro e a sua cor. Vamos fazer um quadro relacionando os nomes das pessoas com os **modelos de carros**, e outro quadro relacionando os nomes das pessoas com as **cores dos carros**:

	Artur	Bernardo	César
Brasília			
Parati			
Santana			

	Artur	Bernardo	César
Cinza			
Verde			
Azul			

Agora vamos colocar um X nas células do quadro quando houver uma associação correta, e um N quando incorreta.

Em cada quadro, devemos ter somente um X em cada linha e também somente um X em cada coluna. Sempre é assim! Pois se tivermos, por exemplo, dois X na 1ª coluna do 1º quadro, isto significa que Artur tem dois carros. E se não tivermos X nessa coluna, significa que Artur não tem carro. Ambas essas situações não interessam nas questões do tipo associação.

Portanto, sempre que colocarmos um X em uma célula de um quadro, automaticamente devemos colocar N nas outras células da mesma linha e mesma coluna!

Analisando os dados da questão, teremos:
1º) O carro de Artur é cinza!
Marcamos um X na célula correspondente a Artur e cinza. Automaticamente, marcamos N nas outras células da mesma linha e da mesma coluna.

	Artur	Bernardo	César
Brasília			
Parati			
Santana			

	Artur	Bernardo	César
Cinza	X	N	N
Verde	N		
Azul	N		

2º) O carro de César é o Santana!
Marcamos um X na célula correspondente a César e Santana. Automaticamente, marcamos N nas outras células da mesma linha e da mesma coluna.

	Artur	Bernardo	César
Brasília			N
Parati			N
Santana	N	N	X

	Artur	Bernardo	César
Cinza	X	N	N
Verde	N		
Azul	N		

3º) O carro de Bernardo não é verde e não é a Brasília!
Marcamos um N na célula correspondente a Bernardo e verde, e outro N na célula correspondente a Bernardo e Brasília.

	Artur	Bernardo	César
Brasília		N	N
Parati			N
Santana	N	N	X

	Artur	Bernardo	César
Cinza	X	N	N
Verde	N	N	
Azul	N		

4º) Cada linha e coluna devem conter uma célula marcada com X! Assim, marcamos X na célula vazia da linha (ou coluna) que tem N em todas as outras células.

	Artur	Bernardo	César
Brasília	X	N	N
Parati		X	N
Santana	N	N	X

	Artur	Bernardo	César
Cinza	X	N	N
Verde	N	N	X
Azul	N	X	

5º) Depois, marcamos N para completar as linhas (ou colunas).

	Artur	Bernardo	César
Brasília	X	N	N
Parati	N	X	N
Santana	N	N	X

	Artur	Bernardo	César
Cinza	X	N	N
Verde	N	N	X
Azul	N	X	N

Conclusão:
Artur tem uma Brasília cinza!
Bernardo tem uma Parati azul!
César tem um Santana verde!

Portanto, a resposta correta é a opção D.

3º TIPO: VERDADES E MENTIRAS

Este tipo de questão é muito interessante, e é frequentemente cobrado em provas de raciocínio lógico!

Este é um outro assunto muito prático e quase sem teoria, porém requer maior atenção, pois existem verdades e mentiras envolvidas no enunciado e através da análise das hipóteses chegaremos às devidas conclusões.

Por exemplo, quando um investigador procurar descobrir quem é o verdadeiro culpado entre três suspeitos, ele lança mão de hipóteses, ou seja, ele vai supondo que cada um deles seja o culpado e vai analisando a veracidade de informação que ele possui, a fim de confirmar ou rejeitar a hipótese.

Vejamos um exemplo de questão envolvendo "verdades e mentiras" e percebamos como é fácil trabalhá-la!

EXEMPLO: (ESAF) Um crime foi cometido por uma e apenas uma pessoa de um grupo de cinco suspeitos: Armando, Celso, Edu, Juarez e Tarso. Perguntados sobre quem era o culpado, cada um deles respondeu:

Armando: "Sou inocente"
Celso: "Edu é o culpado"
Edu: "Tarso é o culpado"
Juarez: "Armando disse a verdade"
Tarso: "Celso mentiu"

Sabendo-se que apenas um dos suspeitos mentiu e que todos os outros disseram a verdade, pode-se concluir que o culpado é:
a) Armando b) Celso c) Edu
d) Juarez e) Tarso

SOLUÇÃO:

Percebe-se que as cinco pessoas envolvidas na trama do enunciado (Armando, Celso, Edu, Juarez e Tarso) estão fazendo uma declaração, que pode ser uma verdade ou uma mentira!

Além das declarações, o enunciado dessas questões de "verdade e mentira" SEMPRE nos fornecerão alguma ou algumas INFORMAÇÕES ADICIONAIS!

Estas informações adicionais serão a base do raciocínio que iremos desenvolver para resolver a questão! Em geral, são informações referentes às pessoas envolvidas na situação do enunciado, ou referentes ao número de pessoas que estariam mentindo ou dizendo a verdade, em suas declarações!

No nosso enunciado, essas informações adicionais são as seguintes:

1º) O crime foi cometido por uma e apenas uma pessoa.
Ou seja: **Só há um culpado!**
2º) Apenas um dos suspeitos mentiu e todos os outros disseram a verdade. Logo: **Só há um mentiroso!**

Até aqui, nada fizemos, além de reunir os dados do enunciado, com os quais iremos trabalhar a nossa resolução. Mas esse procedimento é ESSENCIAL!

Como só pode haver um mentiroso no grupo dos cinco suspeitos, então teremos cinco possíveis hipóteses de quem mente. Veja abaixo essas possíveis hipóteses associadas às declarações de cada suspeito. (Usamos M para mentira e V para verdade!)

DECLARAÇÕES	1ª hipótese	2ª hipótese	3ª hipótese	4ª hipótese	5ª hipótese
A: "Sou inocente"	M	V	V	V	V
C: "Edu é o culpado"	V	M	V	V	V
E: "Tarso é o culpado"	V	V	M	V	V
J: "Armando disse a verdade"	V	V	V	M	V
T: "Celso mentiu"	V	V	V	V	M

1) A **1ª, 4ª e 5ª hipóteses** estão **descartadas**. As declarações de C e E não podem ser ambas verdadeiras, pois há apenas um culpado.

DECLARAÇÕES	1ª hipótese	2ª hipótese	3ª hipótese	4ª hipótese	5ª hipótese
A: "Sou inocente"	M	V	V	V	V
C: "Edu é o culpado"	V	M	V	V	V
E: "Tarso é o culpado"	V	V	M	V	V
J: "Armando disse a verdade"	V	V	V	M	V
T: "Celso mentiu"	V	V	V	V	M

2) A **3ª hipótese** também está **descartada**, pois a última linha diz que a afirmação "Celso mentiu" é verdadeira, mas na 2ª linha temos que Celso disse a verdade. Daí, temos uma contradição.

DECLARAÇÕES	1ª hipótese	2ª hipótese	3ª hipótese	4ª hipótese	5ª hipótese
A: "Sou inocente"	M	V	V	V	V
C: "Edu é o culpado"	V	M	V	V	V
E: "Tarso é o culpado"	V	V	M	V	V
J: "Armando disse a verdade"	V	V	V	M	V
T: "Celso mentiu"	V	V	V	V	M

3) Com isso, resta-nos apenas a **2ª hipótese**. Da segunda hipótese, temos que Celso mente e os outros dizem a verdade! Como Edu diz a verdade, então é verdadeira a sua declaração: "Tarso é o culpado". Assim, descobrimos que **o culpado é Tarso**! (opção E)

EXERCÍCIOS COMENTADOS

1º TIPO: ORDENAÇÃO (SOMENTE VERDADES)

01. (CESGRANRIO) Em um time de futebol, o goleiro é mais alto que o centroavante, o zagueiro é mais alto

que o lateral e o centroavante é mais alto que o zagueiro. Logo, entre eles, o mais
a) alto é o centroavante. b) alto é o goleiro.
c) alto é o zagueiro. d) baixo é o goleiro.
e) baixo é o centroavante.

SOLUÇÃO:
Analisando as afirmações do enunciado, uma a uma:
1) O goleiro é mais alto que o centroavante:
Goleiro > Centroavante
2) O zagueiro é mais alto que o lateral:
Zagueiro > Lateral
3) E como o centroavante é mais alto que o zagueiro, então:
Goleiro > Centroavante > Zagueiro > Lateral
Com isso, a resposta correta é a opção B, que afirma que o mais alto é o goleiro.

02. Cinco camisetas de cores diferentes foram dispostas em uma pilha. A branca está abaixo da laranja e acima da azul. A vermelha está acima da marrom e esta fica abaixo da branca. A laranja e a branca se encostam, assim como esta e a marrom. Qual é a cor da camiseta do topo da pilha?
a) Azul b) Laranja c) Branca
d) Vermelha e) Marrom

SOLUÇÃO:
Analisando as afirmações, teremos:
1) A branca está abaixo da laranja e acima da azul. A laranja e a branca se encostam, assim como esta (branca) e a marrom (que está abaixo da branca).
Obs.: O termo "acima" significa qualquer posição acima, e o termo "em cima" significa a posição imediatamente acima. O mesmo vale para "em baixo" e "abaixo".

Laranja
Branca
Marrom
Azul

2) Para a camisa vermelha estar acima da marrom, só tem uma possibilidade: já que as camisas laranja, branca e marrom se encostam, a vermelha só pode estar no topo. Logo:

Vermelha
Laranja
Branca
Marrom
Azul

Opção correta: alternativa D.

03. (CESGRANRIO) Considere uma pergunta e duas informações as quais assumiremos como verdadeiras:
Pergunta: Entre Ana, Beatriz e Camila, quem é a mais velha?
Informação 1: Beatriz é mais velha do que Camila.
Informação 2: Camila é mais nova do que Ana.
Conclui-se, então, que
a) a primeira informação, sozinha, é suficiente para que se responda corretamente à pergunta, e a segunda, insuficiente.
b) a segunda informação, sozinha, é suficiente para que se responda corretamente à pergunta, e a primeira, insuficiente.
c) as duas informações, em conjunto, são suficientes para que se responda corretamente à pergunta, e cada uma delas, sozinha, é insuficiente.
d) as duas informações, em conjunto, são insuficientes para que se responda corretamente à pergunta.
e) cada uma das informações, sozinha, é suficiente para que se responda corretamente à pergunta.

SOLUÇÃO:
Da informação 1, temos que Beatriz é mais velha do que Camila. Contudo, não sabemos se Ana é mais velha do que Beatriz ou mais velha que Camila ou mais nova que Camila.

<u>Ana</u> – Beatriz – <u>Ana</u> – Camila – <u>Ana</u>

Da informação 2, temos que Camila é mais nova do que Ana. Eliminamos a última hipótese. Porém ainda não sabemos se Ana é mais velha do que Beatriz, ou se é mais velha que Camila e mais nova que Beatriz. Veja:

<u>Ana</u> – Beatriz – <u>Ana</u> – Camila

Logo, não podemos responder a quem é a mais velha das três (opção D).

2º TIPO: ASSOCIAÇÕES (SOMENTE VERDADES):

03. (CESPE) Em uma investigação, um detetive recolheu de uma lixeira alguns pedaços de papéis semi-destruídos com o nome de três pessoas: Alex, Paulo e Sérgio. Ele conseguiu descobrir que um deles tem 60 anos de idade e é pai dos outros dois, cujas idades são: 36 e 28 anos. Descobriu, ainda, que Sérgio era advogado, Alex era mais velho que Paulo, com diferença de idade inferior a 30 anos, e descobriu também que o de 28 anos de idade era médico e o outro, professor.
Com base nessas informações, assinale a opção correta.
a) Alex tem 60 anos de idade, Paulo tem 36 anos de idade e Sérgio tem 28 anos de idade.
b) Alex tem 60 anos de idade, Paulo tem 28 anos de idade e Sérgio tem 36 anos de idade.
c) Alex não tem 28 anos de idade e Paulo não é médico.
d) Alex tem 36 anos de idade e Paulo é médico.
e) Alex não é médico, e Sérgio e Paulo são irmãos.

SOLUÇÃO:
Podemos construir uma tabela, apenas para facilitar na resolução. Assim, com as informações do enunciado fica:
1) Sérgio era advogado.

	Professor	Médico	Advogado
Alex			N
Paulo			N
Sérgio	N	N	X

	28 anos	36 anos	60 anos
Alex			
Paulo			
Sérgio			

2) Alex era mais velho que Paulo, com diferença de idade inferior a 30 anos. Assim, ou Alex ou Paulo possui idade igual a 36 anos. Com isso, Alex não é o mais novo nem Paulo é o mais velho e nem Sérgio tem 36 anos.

	Professor	Médico	Advogado
Alex			N
Paulo			N
Sérgio	N	N	X

	28 anos	36 anos	60 anos
Alex	N		
Paulo			N
Sérgio		N	

3) O de 28 anos de idade era médico. Assim, Paulo é quem possui 28 anos de idade, pois que Sérgio é advogado e Alex não tem 28 anos, logo, ambos não podem ser o médico. Sobra para Paulo a profissão de professor.

	Professor	Médico	Advogado
Alex	X	N	N
Paulo	N	X	N
Sérgio	N	N	X

	28 anos	36 anos	60 anos
Alex	N		
Paulo	X	N	N
Sérgio	N	N	

4) Como a diferença de idade entre Alex e Paulo é inferior a 30 anos, então Alex possui 36 anos.

	Professor	Médico	Advogado
Alex	X	N	N
Paulo	N	X	N
Sérgio	N	N	X

	28 anos	36 anos	60 anos
Alex	N	X	N
Paulo	X	N	N
Sérgio	N	N	X

Logo:

Alex é professor e possui 36 anos.
Paulo é médico e possui 28 anos.
Sérgio é advogado e possui 60 anos.

Portanto a resposta é a opção D.

04. (FCC) Um teste de aptidão física consta de três provas: salto em altura, salto em distância e corrida. Ao realizar tais provas, Jerônimo, Otávio e Afonso foram reprovados por não atingirem a marca mínima exigida, em virtude de sentirem, cada um, um tipo de dor (de dente, de cabeça, de estômago). Sabe-se que:

• cada um foi reprovado em apenas uma das modalidades;
• Jerônimo não estava com dor de cabeça nem de estômago;
• quem estava com dor de cabeça foi reprovado no salto em altura;
• Afonso foi reprovado na corrida.

Nessas condições, é verdade que
a) Otávio foi reprovado no salto em altura.
b) Jerônimo foi reprovado na corrida.
c) Afonso estava com dor de cabeça.
d) Afonso estava com dor de dente.
e) Otávio estava com dor de estômago.

SOLUÇÃO:

Nesta questão, vamos colocar um C nas células do quadro quando houver uma associação correta, e um X quando incorreta (como usado em alguns livros).

Construindo a tabela para organizar as informações e facilitar a resolução da questão, obtemos:

	PROVAS		
NOMES	Salto em altura	Salto em distância	Corrida
Jerônimo			
Otávio			
Afonso			

	TIPOS DE DOR		
NOMES	Dor de cabeça	Dor de dente	Dor de estômago
Jerônimo			
Otávio			
Afonso			

Sabendo que

• cada um foi reprovado em apenas uma das modalidades;
• Jerônimo não estava com dor de cabeça nem de estômago → Logo, ele está com dor de dente.
• quem estava com dor de cabeça foi reprovado no salto em altura;
• Afonso foi reprovado na corrida.

Logo,

	PROVAS		
NOMES	Salto em altura	Salto em distância	Corrida
Jerônimo			X
Otávio			X
Afonso	X	X	C

	TIPOS DE DOR		
NOMES	Dor de cabeça	Dor de dente	Dor de estômago
Jerônimo	X	C	X
Otávio		X	
Afonso		X	

Como sabemos que “quem estava com dor de cabeça foi reprovado no salto em altura” e que, pela tabela, vemos que Jerônimo não estava com dor de cabeça, portanto ele não foi reprovado no salto, e sim no salto em distância. Portanto, Otávio é quem foi reprovado no salto em altura, e com isso ele estava com dor de cabeça.

	PROVAS		
NOMES	Salto em altura	Salto em distância	Corrida
Jerônimo	X	C	X
Otávio	C	X	X
Afonso	X	X	C

	TIPOS DE DOR		
NOMES	Dor de cabeça	Dor de dente	Dor de estômago
Jerônimo	X	C	X
Otávio	C	X	X
Afonso	X	X	C

Daí, concluímos que a opção correta é a alternativa A: "Otávio foi reprovado no salto em altura".
Resposta: letra A.

05. (FCC) Nas prateleiras de uma farmácia há apenas três tipos de frascos, nos tamanhos grande, médio e pequeno e nas cores rosa, branca e azul, não respectivamente. Sabe-se também que: cada frasco contém somente comprimidos de uma mesma cor – rosa, branca ou azul –, entretanto, apenas os frascos grandes têm a mesma cor dos comprimidos que contêm; nem os frascos médios e nem os comprimidos que eles contêm são azuis; os frascos pequenos contêm apenas comprimidos na cor rosa. Nessas condições, é correto afirmar que os
a) frascos médios contêm comprimidos rosa e os grandes contêm comprimidos brancos.
b) frascos brancos têm tamanho médio e contêm comprimidos azuis.
c) comprimidos dos frascos médios são brancos e os dos frascos grandes são azuis.
d) comprimidos dos frascos grandes são brancos e os dos frascos pequenos são azuis.
e) frascos grandes são brancos e os médios são azuis.

SOLUÇÃO:
Se montarmos uma tabela para ajudar na resolução, então teremos:

	COR DO FRASCO		
TAMANHO	Rosa	Branca	Azul
Grande			
Médio			
Pequeno			

	COR DOS COMPRIMIDOS		
TAMANHO	Rosa	Branca	Azul
Grande			
Médio			
Pequeno			

Na tabela, colocaremos um N quando não houver correspondência entre os dados e um X quando houver. Do enunciado temos, primeiramente, que "nem os frascos médios e nem os comprimidos que eles contêm são azuis" e que "os frascos pequenos contêm apenas comprimidos na cor rosa", logo:

	COR DO FRASCO		
TAMANHO	Rosa	Branca	Azul
Grande			
Médio			N
Pequeno			

	COR DOS COMPRIMIDOS		
TAMANHO	Rosa	Branca	Azul
Grande	N		
Médio	N		N
Pequeno	X	N	N

Da tabela acima concluímos que os frascos médios só podem conter comprimidos da cor branca e sobra a cor azul para os frascos grandes. E como, do enunciado, sabemos que "apenas os frascos grandes têm a mesma cor dos comprimidos que contêm", então a cor dos frascos grandes é azul. Portanto fica:

	COR DO FRASCO		
TAMANHO	Rosa	Branca	Azul
Grande	N	N	X
Médio			N
Pequeno			N

	COR DOS COMPRIMIDOS		
TAMANHO	Rosa	Branca	Azul
Grande	N	N	X
Médio	N	X	N
Pequeno	X	N	N

Como apenas os frascos grandes têm a mesma cor dos comprimidos que contêm, os frascos médios, que contêm comprimidos brancos, terão a cor rosa. E os frascos pequenos, que contêm comprimidos na cor rosa, terão a cor branca. Daí resulta que:

	COR DO FRASCO		
TAMANHO	Rosa	Branca	Azul
Grande	N	N	X
Médio	X	N	N
Pequeno	N	X	N

	COR DOS COMPRIMIDOS		
TAMANHO	Rosa	Branca	Azul
Grande	N	N	X
Médio	N	X	N
Pequeno	X	N	N

Analisando esta última tabela (completa), concluímos que a opção correta é a opção C.

3º TIPO: VERDADES E MENTIRAS

07. Quando a mãe de Abraão, Baltazar, Caifás e Daniel, chega a casa, percebe que seu vaso preferido havia sido quebrado. Interrogados pela mãe, eles fazem as seguintes declarações:
"Mãe, o Baltazar foi quem quebrou" – disse Abraão
"Como sempre, o Daniel foi culpado" – disse Baltazar
"Mãe, sou inocente" – disse Caifás
"Claro que o Baltazar está mentindo" – disse Daniel

Sabendo que apenas um dos quatro disse a verdade, quem quebrou o vaso foi:
a) Abraão b) Baltazar c) Caifás
d) Daniel e) n.d.a.

SOLUÇÃO:
Temos quatro pessoas que fazem, cada um, uma declaração, e nós não sabemos quem está falando a verdade ou quem está mentindo. Daí, estamos diante de uma questão de "verdades e mentiras". Reunindo as DECLARAÇÕES e as INFORMAÇÕES ADICIONAIS do enunciado, teremos:
➔ INFORMAÇÕES ADICIONAIS:
1º) Apenas um disse a verdade.
2º) Apenas um deles quebrou o vaso.
➔ DECLARAÇÕES:
1º) Abraão: "Mãe, o Baltazar foi quem quebrou".
2º) Baltazar: "Como sempre, o Daniel foi culpado".
3º) Caifás: "Mãe, sou inocente".
4º) Daniel: "Claro que o Baltazar está mentindo".
Como apenas um deles está dizendo a verdade, então teremos quatro hipóteses de quem está dizendo a verdade: Abraão, Baltazar, Caifás ou Daniel. Vejamos na tabela a seguir essas possíveis hipóteses associadas às declarações de cada um deles. (Usamos M para mentira e V para verdade!)

DECLARAÇÕES	1ª hipótese	2ª hipótese	3ª hipótese	4ª hipótese
Abraão: "Mãe, o Baltazar foi quem quebrou".	V	M	M	M
Baltazar: "Como sempre, o Daniel foi culpado".	M	V	M	M
Caifás: "Mãe, sou inocente".	M	M	V	M
Daniel: "Claro que o Baltazar está mentindo".	M	M	M	V

1) A **1ª e 3ª hipóteses** estão **descartadas.** A última linha de cada uma destas hipóteses (1ª e 3ª) afirma que a declaração de Daniel ("Claro que o Baltazar está mentindo") é uma mentira. Logo, concluímos que Baltazar está falando a verdade! Porém, olhando para 2ª linha de cada uma destas hipóteses (1ª e 3ª), vemos que Baltazar mente! Temos aí uma contradição!

DECLARAÇÕES	1ª hipótese	2ª hipótese	3ª hipótese	4ª hipótese
Abraão: "Mãe, o Baltazar foi quem quebrou".	V	M	M	M
Baltazar: "Como sempre, o Daniel foi culpado".	M	V	M	M
Caifás: "Mãe, sou inocente".	M	M	V	M
Daniel: "Claro que o Baltazar está mentindo".	M	M	M	V

2) A **2ª hipótese** está **descartada**! A declaração de Caifás ("Mãe, sou inocente") é uma mentira, logo concluímos que ele é culpado. Contudo, A declaração de Baltazar ("Como sempre, o Daniel foi culpado") é verdadeira, daí concluímos que Daniel também é culpado. Como sabemos que apenas um eles quebrou o vaso, então esta hipótese não serve!

DECLARAÇÕES	1ª hipótese	2ª hipótese	3ª hipótese	4ª hipótese
Abraão: "Mãe, o Baltazar foi quem quebrou".	V	M	M	M
Baltazar: "Como sempre, o Daniel foi culpado".	M	V	M	M
Caifás: "Mãe, sou inocente".	M	M	V	M
Daniel: "Claro que o Baltazar está mentindo".	M	M	M	V

Daniel é culpado!
Caifás é culpado!

3) Portanto, ficamos a penas com a **4ª hipótese**, que não tem nenhuma contradição! Sabendo que a afirmação de Caifás ("Mãe, sou inocente") é uma mentira, concluímos que ele é culpado. Com isso, **Caifás quebrou o vaso**! (opção C).

08. Três amigas, Tânia, Janete e Angélica, estão sentadas lado a lado em um teatro. Tânia sempre fala a verdade; Janete às vezes fala a verdade; Angélica nunca fala a verdade. A que está sentada à esquerda diz: "Tânia é quem está sentada no meio". A que está sentada no meio diz: "Eu sou Janete". Finalmente, a que está sentada à direita diz: "Angélica é quem está sentada no meio". A que está sentada à esquerda, a que está sentada no meio e a que está sentada à direita são, respectivamente:
a) Janete, Tânia e Angélica
b) Janete, Angélica e Tânia
c) Angélica, Janete e Tânia
d) Angélica, Tânia e Janete
e) Tânia, Angélica e Janete

SOLUÇÃO:

Esta questão é interessante, pois é um pouco diferente do que já foi visto, porém é mais fácil do que a demais! Temos três amigas: Tânia, Janete e Angélica, que estão sentadas lado a lado em um teatro.
Sabemos sobre as três amigas que:
1) Tânia sempre fala a verdade.
2) Janete às vezes fala a verdade.
3) Angélica nunca fala a verdade.
Temos as seguintes declarações:
1) A que está sentada à esquerda diz: "Tânia é quem está sentada no meio".
2) A que está sentada no meio diz: "Eu sou Janete".
3) A que está sentada à direita diz: "Angélica é quem está sentada no meio".

Considere as seguintes posições no teatro, com as respectivas declarações:

ESQUERDA	MEIO	DIREITA
Tânia está no meio!	Eu sou Janete!	Angélica está no meio!

1) Temos que **Tânia sempre fala a verdade**. Logo, não pode ser a da esquerda (Tânia não pode falar que ela mesma está no meio) nem pode ser a do

meio (Tânia não poderia falar “Eu sou a Janete”), restando, assim, a posição **direita** para **Tânia**.

ESQUERDA	MEIO	**Tânia**
Tânia está no meio!	Eu sou Janete!	Angélica está no meio!

2) Como Tânia está à direita e sempre fala a verdade, a sua declaração: “**Angélica está no meio!**” é verdade! E esta, que está na posição do meio, declara que ela é Janete. E isto está de acordo com o enunciado: Angélica sempre mente!

ESQUERDA	**Angélica**	**Tânia**
Tânia está no meio!	Eu sou Janete!	Angélica está no meio!

3) Só resta a posição **esquerda**, que claramente será ocupada pela única que ainda não tem posição, a **Janete**. Esta faz a seguinte declaração: “Tânia está no meio”, e aí descobrimos que também ela mente! Isso não contraria as informações dadas no enunciado: Janete às vezes fala a verdade.

Janete	**Angélica**	**Tânia**
Tânia está no meio!	Eu sou Janete!	Angélica está no meio!

Portanto, obtemos as seguintes posições para as três amigas:

Na esquerda: **Janete**.
No meio: **Angélica**.
Na direita: **Tânia**.

Resposta: alternativa B.

09. Cinco colegas foram a um parque de diversões e um deles entrou sem pagar. Apanhados por um funcionário do parque, que queria saber qual deles entrou sem pagar, eles informaram:

– “Não fui eu, nem o Manuel”, disse Marcos.
– “Foi o Manuel ou a Maria”, disse Mário.
– “Foi a Mara”, disse Manuel.
– “O Mário está mentindo”, disse Mara.
– “Foi a Mara ou o Marcos”, disse Maria.

Sabendo-se que um e somente um dos cinco colegas mentiu, conclui-se logicamente que quem entrou sem pagar foi:

a) Mário b) Marcos c) Mara
d) Manuel e) Maria

SOLUÇÃO:

Novamente temos aqui cinco pessoas envolvidas na situação do enunciado. Cada qual faz uma declaração, e nós não sabemos, *a priori*, quem está falando a verdade ou quem está mentindo. Daí, não resta dúvida: estamos diante de uma questão de “verdades & mentiras”. Reunindo as DECLARAÇÕES e as INFORMAÇÕES ADICIONAIS do enunciado, teremos:

➔ INFORMAÇÕES ADICIONAIS:
1º) Só há um que entrou sem pagar.
2º) Só há um mentiroso.

➔ DECLARAÇÕES:
1º) Marcos: "Não foi o Marcos; Não foi o Manuel"
2º) Mário: "Foi o Manuel ou foi a Maria"
3º) Manuel: "Foi a Mara"
4º) Mara: "Mário está mentindo"
5º) Maria: "Foi a Mara ou foi o Marcos"

Como só há um mentiroso entre os cinco colegas, então teremos cinco possíveis hipóteses de quem é o mentiroso: Mário, Marcos, Mara, Manuel ou Maria. Vejamos na tabela a seguir essas possíveis hipóteses associadas às declarações de cada um deles. (Usamos M para mentira e V para verdade!)

DECLARAÇÕES	1ª hipótese	2ª hipótese	3ª hipótese	4ª hipótese	5ª hipótese
Marcos: "Não foi o Marcos; Não foi o Manuel"	M	V	V	V	V
Mário: "Foi o Manuel ou foi a Maria"	V	M	V	V	V
Manuel: "Foi a Mara""	V	V	M	V	V
Mara: "Mário está mentindo"	V	V	V	M	V
Maria: "Foi a Mara ou foi o Marcos"	V	V	V	V	M

Lembre-se que, para ganhar tempo, é melhor tentar achar quais hipóteses você pode descartar. Procure entre as declarações, duas que **não** podem ser **verdadeiras** ao mesmo tempo. Daí:

1) A **1ª, 4ª e 5ª hipóteses** estão **descartadas**, pois as declarações de Mário e Manuel não podem ser ambas verdadeiras. Desta forma teríamos obrigatoriamente mais de uma pessoa que entrou sem pagar. Com isso, restam apenas a 2ª e 3ª hipóteses.

DECLARAÇÕES	1ª hipótese	2ª hipótese	3ª hipótese	4ª hipótese	5ª hipótese
Marcos: "Não foi o Marcos; Não foi o Manuel"	M	V	V	V	V
Mário: "Foi o Manuel ou foi a Maria"	V	M	V	V	V
Manuel: "Foi a Mara""	V	V	M	V	V
Mara: "Mário está mentindo"	V	V	V	M	V
Maria: "Foi a Mara ou foi o Marcos"	V	V	V	V	M

2) A **3ª hipótese** também está **descartada**. Dentre outros motivos, podemos destacar o fato de a declaração de Mara (Mário está mentindo) ser verdadeira, e a 2ª linha nos dizer que Mário diz a verdade. Temos aí uma contradição!

DECLARAÇÕES	1ª hipótese	2ª hipótese	3ª hipótese	4ª hipótese	5ª hipótese
Marcos: "Não foi o Marcos; Não foi o Manuel"	M	V	V	V	V
Mário: "Foi o Manuel ou foi a Maria"	V	M	V	V	V
Manuel: "Foi a Mara""	V	V	M	V	V
Mara: "Mário está mentindo"	V	V	V	M	V
Maria: "Foi a Mara ou foi o Marcos"	V	V	V	V	M

3) Com isso, resta-nos apenas a **2ª hipótese**! Da segunda hipótese, temos que **Mário mente** e os **outros dizem a verdade**! Como **Manuel** diz a **verdade**, então é verdadeira a sua declaração: "Foi a Mara". Assim, descobrimos que quem entrou sem pagar foi **Mara**! (opção C)

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (FCC) Paulo é mais alto que Enéas.
Carlos é mais alto que Luiz.
Enéas é mais alto que Carlos.
Em relação as quatro pessoas, é correto afirmar que:
a) Enéas é o mais alto
b) Carlos é o mais baixo
c) Luiz é mais alto que Enéas.
d) Paulo é mais alto que Carlos
e) Luiz é mais alto que Carlos

02. João é mais velho do que Pedro, que é mais novo do que Carlos; Antônio é mais velho do que Carlos, que é mais novo do que João. Antônio não é mais novo do que João e todos os quatro meninos têm idades diferentes. O mais jovem deles é:
a) João
b) Antônio
c) Pedro
d) Carlos

03. (CESGRANRIO)

	Ana	Bruna	Cecília	Dora	Elisa
Ana	=	+	+	–	=
Bruna	–	=	+	–	–
Cecília	–	–	=	–	–
Dora	+	+	+	=	+
Elisa	=	+	+	–	=

Ana, Bruna, Cecília, Dora e Elisa são cinco meninas. Na tabela acima, os sinais de "+", "–" e "=" significam que a menina indicada na linha é, respectivamente, maior, menor ou da mesma altura que a menina indicada na coluna. Ao analisar a tabela, conclui-se que
a) Bruna é a mais alta.
b) Elisa é a mais alta.
c) Dora é a mais baixa.
d) Cecília é a mais baixa.
e) Ana tem a mesma altura de Dora.

04. (FCC) Com relação a três funcionários do Tribunal, sabe-se que:
I. João é mais alto que o recepcionista.
II. Mário é escrivão.
III. Luís não é o mais baixo dos três.
IV. Um deles é escrivão, o outro recepcionista e o outro segurança.
Sendo verdadeiras as quatros afirmações, é correto dizer que:
a) João é mais baixo que Mário
b) Luís é segurança
c) Luís é o mais alto dos três
d) João é o mais alto dos três
e) Mário é mais alto que Luís

05. (FCC) Marcos trabalha por conta própria e notou que, em geral,
- Nas segundas-feiras, ganha mais que nas quartas-feiras
- Nas terças-feiras, ganha menos que nas quartas-feiras e menos que Nas quintas-feiras;
- Nas quintas-feiras, ganha mais que nas segundas-feiras;
- Nas sextas-feiras, ganha mais que nas segundas-feiras.

Analisando as afirmações, é correto dizer que o dia da semana em que Marcos ganha menos, em geral é:
a) segunda-feira
b) terça-feira
c) quarta-feira
d) quinta-feira
e) sexta-feira

06. (FCC) Cinco times: Antares, Bilbao, Cascais, Dali e Elite, disputam um campeonato de basquete e, no momento, ocupam as cinco primeiras posições na classificação geral. Sabe-se que:
- Antares está em um primeiro lugar e Bilbao está em quinto;
- Cascais está exatamente na posição intermediária entre Antares e Bilbao;
- Deli está à frente do Bilbao, enquanto que o Elite está imediatamente atrás do Cascais.

Nessas condições, é correto afirmar que:
a) Cascais está em segundo lugar.
b) Deli está em quarto lugar.
c) Deli está em segundo lugar.
d) Elite está em segundo lugar.
e) Elite está em terceiro lugar.

07. (ESAF) Quatro carros de cores diferentes, amarelo, verde, azul e preto, não necessariamente nessa ordem, ocupam as quatro primeiras posições no "grid" de largada de uma corrida. O carro que está imediatamente atrás do carro azul, foi menos veloz nos treinos do que o que está mediatamente a frente do carro azul. No treino, o carro verde foi o menos veloz de todos e por isso larga atrás do carro azul. O carro amarelo larga atrás do carro preto. As cores do primeiro e do segundo carro do "grid", são, respectivamente,
a) amarelo e verde.

b) preto e azul.
c) azul e verde.
d) verde e preto.
e) preto e amarelo.

08. Um agente de viagens atende três amigas. Uma delas é loura, outra é morena e a outra é ruiva. O agente sabe que uma delas se chama Bete, outra se chama Elza e a outra se chama Sara. Sabe, ainda, que cada uma delas fará uma viagem a um país diferente da Europa: uma delas irá à Alemanha, outra irá à França e a outra irá à Espanha. Ao agente de viagens, que queria identificar o nome e o destino de cada uma, elas deram as seguintes informações:

A loura: “Não vou à França nem à Espanha”.
A morena: “Meu nome não é Elza nem Sara”.
A ruiva: “Nem eu nem Elza vamos à França”.

O agente de viagens concluiu, então, acertadamente, que:
a) A loura é Sara e vai à Espanha.
b) A ruiva é Sara e vai à França.
c) A ruiva é Bete e vai à Espanha.
d) A morena é Bete e vai à Espanha.
e) A loura é Elza e vai à Alemanha.

09. Três amigas encontram-se em uma festa. O vestido de uma delas é azul, o de outra é preto, e o da outra é branco. Elas calçam pares de sapatos destas mesmas três cores, mas somente Ana está com vestido e sapatos de mesma cor. Nem o vestido nem os sapatos de Júlia são brancos. Marisa está com sapatos azuis. Desse modo,
a) o vestido de Júlia é azul e o de Ana é preto.
b) o vestido de Júlia é branco e seus sapatos são pretos.
c) os sapatos de Júlia são pretos e os de Ana são brancos.
d) os sapatos de Ana são pretos e o vestido de Marisa é branco.
e) o vestido de Ana é preto e os sapatos de Marisa são azuis.

10. (ESAF) Os cursos de Márcia, Berenice e Priscila são, não necessariamente nesta ordem, Medicina, Biologia e Psicologia. Uma delas realizou seu curso em Belo Horizonte, a outra em Florianópolis, e a outra em São Paulo. Márcia realizou seu curso em Belo Horizonte. Priscila cursou Psicologia. Berenice não realizou seu curso em São Paulo e não fez Medicina. Assim, cursos e respectivos locais de estudo de Márcia, Berenice e Priscila são, pela ordem:
a) Medicina em Belo Horizonte, Psicologia em Florianópolis, Biologia em São Paulo.
b) Psicologia em Belo Horizonte, Biologia em Florianópolis, Medicina em São Paulo.
c) Medicina em Belo Horizonte, Biologia em Florianópolis, Psicologia em São Paulo.
d) Biologia em Belo Horizonte, Medicina em São Paulo, Psicologia em Florianópolis.
e) Medicina em Belo Horizonte, Biologia em São Paulo, Psicologia em Florianópolis.

11. (FCC) Quatro empresas (Maccorte, Mactex, Macval, Macmais) participam de uma concorrência para compra de certo tipo de máquina. Cada empresa apresentou um modelo diferente do das outras (Thor, Hércules, Netuno, Zeus) e os prazos de entrega variavam de 8 a 14 dias. Sabe-se que:

- Sobre os prazos de entrega, Macval apresentou o menor e Mactex o maior.
- O modelo Zeus foi apresentado pela Maccorte, com prazo de entrega de 2 dias a menos do que a Mactex.
- O modelo Hércules seria entregue em 10 dias.
- Macval não apresentou o modelo Netuno.

Nessas condições, o modelo apresentado pela empresa a) Macval foi o Hécules.
b) Mactex foi o Thor.
c) Macmais foi o Thor.
d) Mactex foi o Netuno
e) Macval foi o Netuno

12. (FCC) Certo dia, três técnicos judiciários – Altamiro, Benevides e Corifeu – receberam, cada um, um lote de processos para arquivar e um lote de correspondências a serem expedidas. Considere que:

- tanto a tarefa de arquivamento, quanto a de expedição devem executadas no mesmo dia e nos seguintes horários: das 10 às 12 horas, das 14 às 16 horas e das 16 às 18 horas;
- dois funcionários não podem ficar responsáveis pela mesma tarefa no mesmo horário;
- apenas Altamiro arquivou os processos e expediu as correspondências que recebeu em um mesmo horário;
- nem as correspondências expedidas e nem os processos arquivados por Benevides ocorreram de 10 às 12h;
- Corifeu expediu toda a correspondência de seu respectivo lote das 16 às 18 horas.

Nessas condições, é verdade que
a) os processos dos lotes de Altamiro foram arquivados das 16 às 18 horas.
b) as correspondências dos lotes de Altamiro foram expedidas das 14 às 16 horas.
c) Benevides arquivou os processos de seu lote das 10 às 12 horas.
d) o lote de processos que coube a Benevides foi arquivado das 10 às 12 horas.
e) Altamiro expediu as correspondências de seu lote das 10 às 12 horas.

13. (FCC) Certo dia, três funcionários do Tribunal de Contas – Xavier, Yolanda e Zenilda – cujas idades são 24, 32 e 44 anos, não necessariamente nesta ordem, foram incumbidos da execução das seguintes tarefas: digitação de um texto, arquivamento de processos e expedição de correspondências. Considerando que:

– cada um deles executou apenas uma das tarefas e, dois a dois, eles executaram tarefas distintas;
– Zenilda tem 44 anos;
– coube a Xavier cuidar da expedição de correspondências;

– ao funcionário que tem 24 anos coube a digitação do texto.

É correto afirmar que
a) Xavier tem 24 anos.
b) Yolanda tem 32 anos.
c) Yolanda tem 24 anos.
d) Yolanda foi encarregada de arquivar os processos.
e) Zenilda foi incumbida de digitar o texto.

14. (FCC) Um teste de aptidão física consta de três provas: salto em altura, salto em distância e corrida. Ao realizar tais provas, Jerônimo, Otávio e Afonso foram reprovados por não atingirem a marca mínima exigida, em virtude de sentirem, cada um, um tipo de dor (de dente, de cabeça, de estômago). Sabe-se que:

• cada um foi reprovado em apenas uma das modalidades;
• Jerônimo não estava com dor de cabeça nem de estômago;
• quem estava com dor de cabeça foi reprovado no salto em altura;
• Afonso foi reprovado na corrida.

Nessas condições, é verdade que
a) Otávio foi reprovado no salto em altura.
b) Jerônimo foi reprovado na corrida.
c) Afonso estava com dor de cabeça.
d) Afonso estava com dor de dente.
e) Otávio estava com dor de estômago.

15. (FCC) Certo dia, três policiais militares − Alceste, Belo e Guerra − foram designados para cumprir tarefas distintas entre si. Considere as seguintes informações:

− seus tempos de serviço na Corporação eram: 12, 15 e 19 anos, não respectivamente;
− as tarefas para as quais eles foram designados eram: patrulhamento de um bairro, acompanhamento de um evento e patrulhamento do trânsito em uma região;
− a Alceste coube exercer o acompanhamento do evento;
− na ocasião, Guerra tinha 19 anos de serviço na Corporação;
− aquele que tinha 12 anos de serviço fez o patrulhamento do trânsito.

Com base nas informações dadas, é correto afirmar que
a) Alceste tinha 12 anos de serviço na Corporação.
b) Belo tinha 12 anos de serviço na Corporação.
c) Belo fez o patrulhamento do bairro.
d) Alceste não tinha 15 anos de serviço na Corporação.
e) Guerra fez o patrulhamento do trânsito.

16. (FCC) Certo dia, três auxiliares judiciários – Alcebíades, Benevides e Corifeu – executaram, num dado período, um único tipo de tarefa cada um. Considere que:

– as tarefas por eles executadas foram: expedição de correspondências, arquivamento de documentos e digitação de textos;
– os períodos em que as tarefas foram executadas foram: das 8 às 10 horas, das 10 às 12 horas e das 14 às 16 horas;
– Corifeu efetuou a expedição de correspondências;
– o auxiliar que arquivou documentos o fez das 8 às 10 horas;
– Alcebíades executou sua tarefa 14 às 16 horas.

Nessas condições, é correto afirmar que
a) Alcebíades arquivou documentos.
b) Corifeu executou sua tarefa 8 às 10 horas.
c) Benevides arquivou documentos.
d) Alcebíades não digitou textos.
e) Benevides digitou textos.

17. (FCC) De um grupo de 5 homens (A, B, C, D e E) e 6 mulheres (M, N, O, P, Q e R), deverá ser formado um grupo de trabalho constituído de 3 homens e 3 mulheres, satisfazendo as seguintes condições:

− A se recusa a trabalhar com M e Q;
− B se recusa a trabalhar com N e P;
− C se recusa a trabalhar com P e R;
− D se recusa a trabalhar com N e R;
− E se recusa a trabalhar com N e Q;
− Q se recusa a trabalhar com N e R.

Se Q pertencer ao grupo, então os outros membros desse grupo serão
a) B, C, E, O e P.
b) B, C, D, M e O.
c) B, C, D, M e P.
d) B, C, D, N e O.
e) B, D, E, M e O.

18. (FCC) Amaro, Benito, Corifeu e Delúbio são funcionários de uma mesma unidade do Tribunal Regional do Trabalho e cada um deles participou de apenas um entre quatro cursos de Informática, realizados em janeiro, fevereiro, março e abril de 2008. Sabe-se também que:

– tais funcionários trabalham no Tribunal há 1, 2, 4 e 5 anos;
– os cursos tiveram durações de 20, 30, 40 e 50 horas;
– Delúbio participou do curso realizado no mês de março;
– Corifeu, que é funcionário há mais de 1 ano, fez o
curso no mês de janeiro, com a duração de 30 horas;
– Benito, funcionário há 2 anos, fez o curso cuja duração era maior do que a do curso feito por aquele que é funcionário há 5 anos e menor do que a do curso feito pelo que é funcionário há 4 anos;
– o funcionário que tem 1 ano de serviço, que não é
Delúbio, fez seu curso antes do mês de abril;
– Amaro fez seu curso após o funcionário que trabalha há 5 anos no Tribunal ter feito o dele.

Com base nessas informações, é correto afirmar que
a) Amaro é funcionário do Tribunal há 2 anos.
b) a duração do curso feito por Benito foi de 40 horas.
c) Corifeu é funcionário do Tribunal há 4 anos.
d) Benito fez o curso em março.

e) a duração do curso feito por Delúbio foi de 40 horas.

19. Três irmãos: Pedro, Queila e Raquel são suspeitos de ter quebrado a televisão da sala de estar. Quando perguntados sobre o fato, declararam o seguinte:

PEDRO: “Foi a Queila que quebrou”
QUEILA: “Pedro está mentindo”
RAQUEL: “Não fui eu”

Sabendo que apenas um deles está dizendo a verdade e que apenas um deles comeu o bolo, então quem quebrou a televisão foi:
a) Raquel
b) Queila
c) Pedro
d) Sarah

20. (CESGRANRIO) Alberto, Bruno e Cláudio são três irmãos e fazem as seguintes declarações:

Alberto: eu sou o mais velho dos três irmãos.
Bruno: eu não sou o mais velho dos três irmãos.
Cláudio: eu não sou o mais novo dos três irmãos.

Sabendo-se que apenas uma das declarações é verdadeira, conclui-se que
a) Alberto é mais velho do que Bruno.
b) Alberto é mais velho do que Cláudio.
c) Bruno é mais velho do que Cláudio.
d) Cláudio é mais velho do que Bruno.
e) as informações são insuficientes para que se conclua quem é o mais velho.

21. (FCC) Certo dia, três Técnicos Judiciários – Abel, Benjamim e Caim – foram incumbidos de prestar atendimento ao público, arquivar um lote de documentos e organizar a expedição de correspondências, não respectivamente. Considere que cada um deverá executar um único tipo de tarefa e que, arguidos sobre qual tipo de tarefa deveriam cumprir, deram as seguintes respostas:

– aquele que irá atender ao público disse que Abel fará o arquivamento de documentos;
– o encarregado do arquivamento de documentos disse que seu nome era Abel;
– o encarregado da expedição de correspondências afirmou que Caim deverá fazer o arquivamento de documentos.

Se Abel é o único que sempre diz a verdade, então as respectivas tarefas de Abel, Benjamim e Caim são:
a) atendimento ao público, arquivamento de documentos e expedição de correspondências.
b) atendimento ao público, expedição de correspondências e arquivamento de documentos.
c) arquivamento de documentos, atendimento ao público e expedição de correspondências.
d) expedição de correspondências, atendimento ao público e arquivamento de documentos.
e) expedição de correspondências, arquivamento de documentos e atendimento ao público.

22. (ESAF) Ana encontra-se à frente de três salas cujas portas estão pintadas de verde, azul e rosa. Em cada uma das três salas encontra-se uma e somente uma pessoa – em uma delas encontra-se Luís; em outra, encontra-se Carla; em outra, encontra-se Diana. Na porta de cada uma das salas existe uma inscrição, a saber:

Sala verde: “Luís está na sala de porta rosa”
Sala azul: “Carla está na sala de porta verde”
Sala rosa: “Luís está aqui”.

Ana sabe que a inscrição na porta da sala onde Luís se encontra pode ser verdadeira ou falsa. Sabe, ainda, que a inscrição na porta da sala onde Carla se encontra é falsa, e que a inscrição na porta da sala em que Diana se encontra é verdadeira. Com tais informações, Ana conclui corretamente que nas salas de portas verde, azul e rosa encontram-se, respectivamente,
a) Diana, Luís, Carla
b) Luís, Diana, Carla
c) Diana, Carla, Luís
d) Carla, Diana, Luís
e) Luís, Carla, Diana

23. (ESAF) Três suspeitos de haver roubado o colar da rainha foram levados à presença de um velho e sábio professor de Lógica. Um dos suspeitos estava de camisa azul, outro de camisa branca e o outro de camisa preta. Sabe-se que um e apenas um dos suspeitos é culpado e que o culpado às vezes fala a verdade e às vezes mente. Sabe-se, também, que dos outros dois (isto é, dos suspeitos que são inocentes), um sempre diz a verdade e o outro sempre mente. O velho e sábio professor perguntou, a cada um dos suspeitos, qual entre eles era o culpado.

Disse o de camisa azul: “Eu sou o culpado”.
Disse o de camisa branca, apontando para o de camisa azul: “Sim, ele é o culpado”.
Disse, por fim, o de camisa preta: “Eu roubei o colar da rainha; o culpado sou eu”.

O velho e sábio professor de Lógica, então, sorriu e concluiu corretamente que:
a) O culpado é o de camisa azul e o de camisa preta sempre mente.
b) O culpado é o de camisa branca e o de camisa preta sempre mente.
c) O culpado é o de camisa preta e o de camisa azul sempre mente.
d) O culpado é o de camisa preta e o de camisa azul sempre diz a verdade.
e) O culpado é o de camisa azul e o de camisa azul sempre diz a verdade.

CAPÍTULO 07

ORIENTAÇÃO ESPACIAL E TEMPORAL

No que diz respeito à orientação espacial e temporal, quase não temos teoria. Existem alguns modelos de questões e certos padrões deste tipo de questão em algumas bancas organizadoras de concursos.

Com relação à **orientação espacial**, temos basicamente os seguintes tipos de questões: planificação, rotação de figuras, encontrar a figura diferente das outras, mosaicos (montagem), localização da posição em uma fila, encontrar o maior ou menor caminho entre dois pontos, obter outras figuras a partir da figura dada, etc.

Nas questões que envolvem **orientação temporal**, vemos basicamente as bancas organizadoras trabalhando com datas. Por exemplo, a questão fornece uma data específica e o dia da semana desta data, em seguida pergunta o dia da semana em outra data. Trabalham também com a noção de anos bissextos, contagem dos dias do ano, etc. Dica: deve-se conhecer bem o calendário, ou seja, quais meses têm 30 ou 31 dias, o mês de fevereiro tem 29 dias em um ano bissexto, etc.

Para que tenhamos uma melhor compreensão de como as questões são cobradas, vejamos alguns exemplos de problemas relativos à orientação espacial e temporal que já caíram em provas de concursos anteriores.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

ORIENTAÇÃO ESPACIAL

01. (CESGRANRIO) Augusto está em uma fila de pessoas. Quando as pessoas na fila são contadas de trás para frente, Augusto é o 8º. No entanto, se contadas da frente para trás, ele ocupa a 10ª posição. Quantas pessoas há nessa fila?

(A) 20 (B) 19 (C) 18
(D) 17 (E) 16

SOLUÇÃO:

→ Augusto 7 pessoas

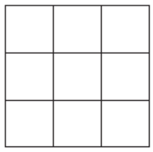
1ª 2ª 3ª 4ª 5ª 6ª 7ª 8ª 9 10ª

8ª 7ª 6ª 5ª 4ª 3ª 2ª

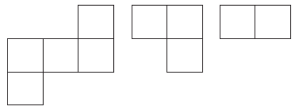
9 pessoas ←

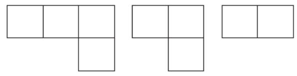
Total de pessoas = Augusto + 9 pessoas antes de Augusto + 7 pessoas depois de augusto = 17 pessoas.

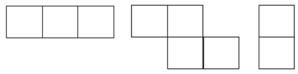
02. (CESGRANRIO) Um quebra-cabeça consiste em um conjunto de 3 peças planas que, ao serem reunidas, formam um quadrado como o ilustrado abaixo.

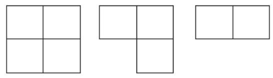


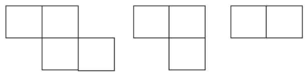
O conjunto de 3 peças desse quebra-cabeça pode ser:

(A) 

(B) 

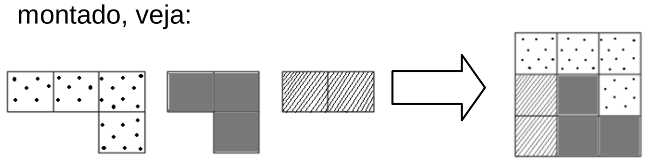
(C) 

(D) 

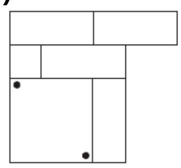
(E) 

SOLUÇÃO:

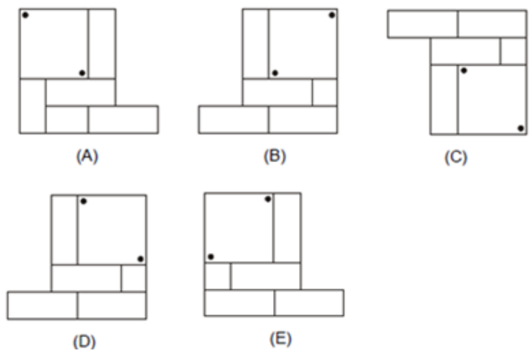
Questões que envolvem “mosaicos” são feitos por tentativas. Com isso, a única opção que apresenta um conjunto de peças que se encaixa perfeitamente no quadrado é a opção B. Colorimos as peças para facilitar a visualização do quebra-cabeça montado, veja:



03. (CESGRANRIO) Considere a figura abaixo.

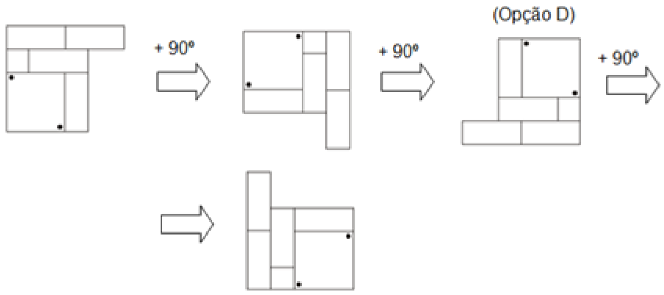


Supondo que as figuras apresentadas nas alternativas abaixo possam apenas ser deslizadas sobre o papel, aquela que coincidirá com a figura dada é



SOLUÇÃO:

Como as figuras apresentadas nas alternativas abaixo podem apenas ser deslizadas sobre o papel, então resolvemos este tipo de questão apenas rotacionando a figura dada no início do enunciado. Aquela que coincidir com alguma das opções é a resposta. Logo:



Logo, a única opção que coincide com a figura dada no enunciado é a da alternativa D. As outras figuras não podem ser obtidas a partir daquela dada no início da questão.

04. (CESGRANRIO)

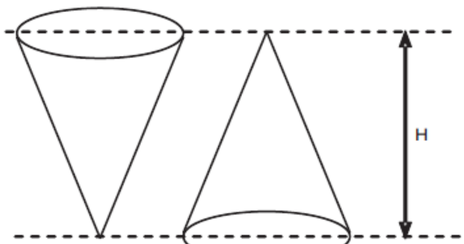


FIGURA 1 FIGURA 2

Acima estão ilustrados dois recipientes vazios, de mesma altura H, totalmente idênticos, inclusive na forma. Ambos são fechados embaixo e têm abertura na parte superior. No primeiro, essa abertura corresponde ao círculo máximo. No segundo, a um pequeno orifício. Despeja-se, no primeiro recipiente, um volume de água correspondente à metade do seu volume total. A altura atingida pelo líquido é h1. A seguir, todo o líquido contido no primeiro recipiente é transferido para o segundo recipiente, atingindo, dentro deste, a altura h2. Pode-se afirmar que

(A) h1 = h2 = H/2
(B) h1 = H/2 e h2 > h1
(C) h1 > H/2 e h2 = h1
(D) h1 > H/2 e h2 < h1
(E) h1 > H/2 e h2 > h1

SOLUÇÃO:

Esta é uma questão diferente, mas interessante! Em um cone qualquer, numa posição igual à da FIGURA 1, se o enchermos com um volume de água correspondente à metade de seu volume a altura do nível da água ficará acima da metade (h1 > H/2), pois a parte inferior é menor que a parte superior:

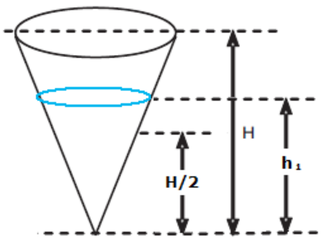


FIGURA 1

Para a FIGURA 2 fica fácil, pois basta invertermos a FIGURA 1 e obteremos a FIGURA 2, cujo nível da água ficará abaixo do meio.

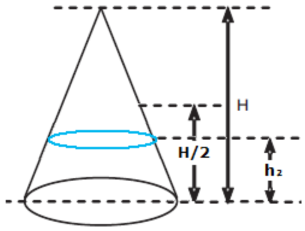
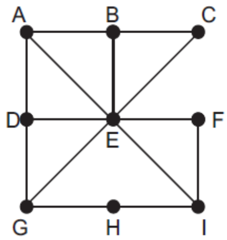


FIGURA 2

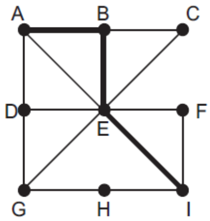
Com isso, h2 < H/2. Como h1 > H/2, temos que h2 < h1 (opção D).

05. (CESGRANRIO)



A figura acima representa um conjunto de 9 pontos e 14 ligações distribuídas entre esses pontos (6 horizontais, 4 verticais e 4 diagonais). Dados dois pontos X e Y distintos, chama-se **caminho** a uma sequência contínua de ligações que começa em X e termina em Y, sem nunca passar duas vezes por um mesmo ponto. O **tamanho do caminho** é dado pela quantidade de ligações.

Abaixo, está ilustrado um caminho de A a I, cujo tamanho é 3. Note que, de um ponto a outro, pode haver mais de um caminho.



Sejam D(X,Y) o **maior** caminho e d(X,Y), o **menor** caminho de X a Y. A diferença entre D(A,I) – d(A,I) é

(A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 5 (E) 7

SOLUÇÃO:

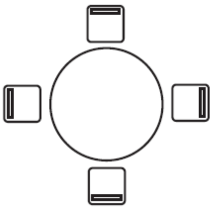
Quando o enunciado descreve que o caminho de A a I tem tamanho igual a 3, isto quer dizer que cada ligação entre dois pontos quaisquer é igual a 1 (A – B; B – E; E – I).

O menor caminho entre A e I é fácil de calcular, pois o menor caminho entre dois pontos é a reta que passa por eles. Portanto, o menor caminho é: A – E; E – I. Com isso, d(A,I) = 2.

O maior caminho entre A e I pode ser feito pelo método das tentativas. Há mais de um caminho que pode ser considerado o maior. Logo, se percebe que o maior caminho, ou seja, aquele em que se passa pela maior quantidade de pontos pode ser: A – B; B – C; C – E; E – D; D – G; G – H; H – I. Com isso, D(A,I) = 7.

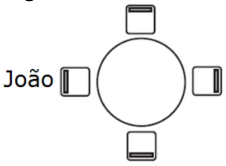
Então a diferença entre D(A,I) – d(A,I) = 7 – 2 = **5**.

06. (CESGRANRIO) Ana, Lúcio, Márcia e João estão sentados ao redor de uma mesa circular, como ilustrado.

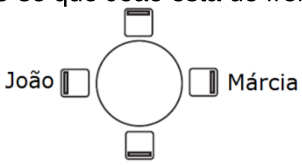


Sabe-se que João está de frente para Márcia que, por sua vez, está à esquerda de Lúcio. É correto afirmar que:
(A) Ana está de frente para Lúcio.
(B) Ana está de frente para Márcia.
(C) João está à direita de Ana.
(D) João está à esquerda de Lúcio.
(E) Lúcio está à esquerda de Ana.

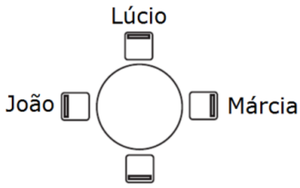
SOLUÇÃO:
1) Primeiramente colocaremos João em um dos quatro lugares da mesa:



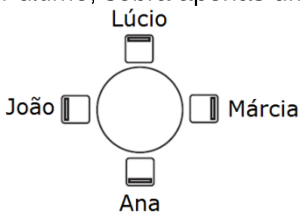
2) Sabe-se que João está de frente para Márcia.



3) Sabemos também que Márcia, por sua vez, está à esquerda de Lúcio. Se Márcia está a esquerda de Lúcio, então este se encontra à direita de Márcia.



4) E por último, sobra apenas um lugar para Ana.



Com base no desenho, concluímos que a opção correta é a letra A.

ORIENTAÇÃO TEMPORAL

07. (FCC) Serena está muito preocupada com sua amiga Corina, pois descobriu que todas as quartas, quintas e sextas-feiras ela só fala mentiras e nos demais dias da semana ela fala apenas a verdade. Certo dia em que foram almoçar juntas, Corina disse a Serena:
− "Ontem foi meu dia de mentir, mas só voltarei a fazê-lo daqui a três dias."
Com base na afirmação de Corina, tal almoço só pode ter ocorrido em
(A) uma segunda-feira. (B) uma quarta-feira.
(C) uma sexta-feira. (D) um sábado.
(E) um domingo.

SOLUÇÃO:
De acordo com o enunciado, Corina:

SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SÁB	DOM
verdade	verdade	mente	mente	mente	verdade	verdade

Com a afirmação de Corina: "Ontem foi meu dia de mentir, mas só voltarei a fazê-lo daqui a três dias", e analisando cada opção, teremos:
(A) segunda-feira = ERRADO. Pois se ela diz que ontem (domingo) foi dia de mentir, e sabemos pela tabela acima que não foi, então, a segunda-feira deveria também ser dia de mentir.
(B) quarta-feira = CERTO. Note que, se na quarta-feira ela diz que ontem (terça-feira) foi dia de mentir, percebe-se que ela realmente mente na quarta-feira dizendo que terça-feira foi dia de mentir.
(C) sexta-feira = ERRADO. Na sexta-feira, pela tabela, ela deveria mentir, mas quando ela diz que ontem (quinta-feira) foi dia de mentir, ela está dizendo a verdade.
(D) sábado = ERRADO. No sábado, também pela tabela, ela deveria dizer a verdade, e ela o faz quando diz que ontem (sexta-feira) foi dia de mentir. Porém, ela mente quando diz que daqui a três dias (terça-feira) irá mentir de novo.
(E) domingo = ERRADO. Se no domingo ela deve falar a verdade e diz que ontem (sábado) foi dia de mentir, então ela mentiu no domingo.
Resposta: opção B.

08. (CESGRANRIO) Anos bissextos são os múltiplos de 4 que não são múltiplos de 100 e, além desses, os múltiplos de 400. Quantos anos bissextos há no conjunto {2015, 2018, 2020, 2100, 2400}?
(A) 1 (B) 2 (C) 3
(D) 4 (E) 5

SOLUÇÃO:
Sabendo que os anos bissextos são os múltiplos de 4 que não são múltiplos de 100 e, além desses, os múltiplos de 400, então:
2015 = não é bissexto (não é múltiplo de 4)
2018 = não é bissexto (não é múltiplo de 4)
2020 = é bissexto (múltiplo de 4)
2100 = não é bissexto (é múltiplo de 100)
2400 é bissexto (múltiplo de 4 e de 400)
Logo, temos dois anos bissextos no conjunto (opção B)

09. (FCC) Sabendo que todo ano bissexto é um número múltiplo de 4, então, se em 2006 o dia 7 de setembro ocorreu em uma quinta-feira, o próximo ano em que esse dia ocorrerá novamente em uma quinta-feira será

(A) 2013. (B) 2014. (C) 2015.
(D) 2016. (E) 2017.

SOLUÇÃO:

Para mesma data, a cada ano que passa somamos um dia na semana. Ex.: se em 2006 o dia 07/09 caiu numa quinta-feira, em 2007 cairá em uma sexta-feira. Se o ano for bissexto e a data for após o dia 29/02, então pulamos 2 dias da semana. Veja:

2006 = 07/09 (quinta-feira)
2007 = 07/09 (sexta-feira)
2008 (bissexto) = 07/09 (domingo)
2009 = 07/09 (segunda-feira)
2010 = 07/09 (terça-feira)
2011 = 07/09 (quarta-feira)
2012 (bissexto) = 07/09 (sexta-feira)
2013 = 07/09 (sábado)
2014 = 07/09 (domingo)
2015 = 07/09 (segunda-feira)
2016 (bissexto) = 07/09 (quarta-feira)
2017 = 07/09 (quinta-feira)

Logo, a resposta correta é a opção E.

10. (CESGRANRIO) O mês de fevereiro de um ano bissexto só terá cinco sábados se começar em um(a)

(A) sábado. (B) domingo. (C) quarta-feira.
(D) quinta-feira. (E) sexta-feira.

SOLUÇÃO:

A única hipótese em que o mês de fevereiro de um ano bissexto (29 dias) terá 5 sábados é se o mesmo iniciar no sábado. Para ficar claro, contemos os sábados a partir de cada uma das hipóteses apresentadas nas opções (basta contar de 7 em 7 dias a partir do 1º sábado):

(A) Iniciando no sábado (01/02 = sábado).
5 Sábados = 01/02; 08/02; 15/02; 22/02 e 29/02.
(B) Iniciando no domingo (01/02 = domingo).
4 Sábados = 07/02; 14/02; 21/02 e 28/02.
(C) Iniciando no quarta-feira (01/02 = quarta-feira).
4 Sábados = 04/02; 11/02; 18/02 e 25/02.
(D) Iniciando no quinta-feira (01/02 = quinta-feira).
4 Sábados = 03/02; 10/02; 17/02 e 24/02.
(E) Iniciando no sexta-feira (01/02 = sexta-feira).
4 Sábados = 02/02; 09/02; 16/02 e 23/02.

Resposta: Opção A.

11. (CESGRANRIO)

Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sáb
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

O calendário acima corresponde ao mês de dezembro de 2008. Esse mesmo calendário voltará a aparecer em (A) maio de 2010.

(B) março de 2010.
(C) fevereiro de 2010.
(D) agosto de 2009.
(E) junho de 2009.

SOLUÇÃO:

De cara podemos eliminar os meses de junho (30 dias) e fevereiro (29 dias). Podemos também afirmar que o dia 1º de janeiro de 2009 é uma quinta-feira. Agora, testaremos cada uma das opções restantes e aquela que apresentar o 1º dia do mês como sendo segunda-feira, é por que tem o calendário idêntico ao dado. Vejamos:

1ª hipótese: agosto de 2009

De 01/01/2009 (quinta-feira) a 01/08/2009 (?) = 213 dias.

213 | 7
(3) 210 grupos de 7 dias

Cada um desses grupos de sete dias, contados a partir de quinta-feira, termina sempre em uma quarta-feira. Porém, como ainda sobram 3 dias:

quarta-feira + 3 dias = **sábado**.

Portanto, o fato não ocorrerá no mês de agosto de 2009.

2ª hipótese: março de 2010

Como o dia 01/01/2009 caiu em uma quinta-feira, então o dia 01/01/2010 cairá em uma sexta-feira. Logo, De 01/01/2010 (sexta-feira) a 01/03/2010 (?) = 60 dias.

60 | 7
(4) 8 grupos de 7 dias

Cada um desses grupos de sete dias, contados a partir de sexta-feira, termina sempre em uma quinta-feira. Porém, como ainda sobram 4 dias:

quinta-feira + 4 dias = **segunda-feira**.

Portanto, o fato ocorrerá no mês de março de 2010.

Se fizéssemos a outra hipótese, encontraríamos o dia 1º do mês começando por um dia diferente de segunda-feira.

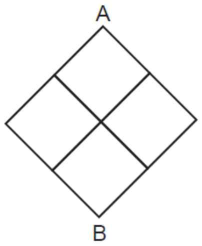
Resposta: opção B.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (CESGRANRIO) Em uma fila, a vigésima primeira pessoa ocupa o lugar central. Quantas pessoas há nessa fila?

a) 44
b) 43
c) 42
d) 41
e) 40

02. (FCC) Observe o esquema abaixo.

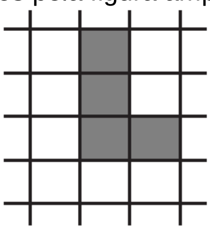


Um sentinela em vigília vai de A para B, caminhando sobre as linhas desenhadas e sempre descendo, no sentido de A para B. Quantos caminhos distintos poderá percorrer?

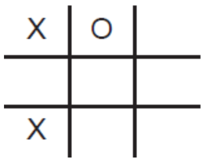
a) 6
b) 8
c) 12
d) 15
e) 18

03. (FCC) Na ilustração abaixo, a figura em forma de L recobre 4 quadrinhos iguais. Se cada lado dessa figura fosse triplicado, quantos desses quadrinhos seriam recobertos pela figura ampliada?

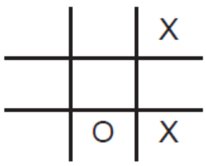
a) 6
b) 12
c) 18
d) 24
e) 36

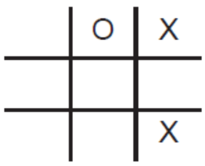


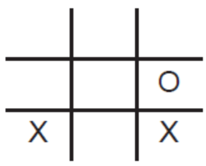
04. (FCC) Do conhecido "Jogo da Velha" participam duas pessoas que devem, alternadamente, assinalar suas respectivas marcas nas casas de um esquema formado por linhas paralelas, duas horizontais e duas verticais. O vencedor será aquele que primeiro conseguir assinalar sua marca em três casas de uma mesma linha, coluna ou diagonal do esquema. Considere que, após três jogadas sucessivas, tem-se o seguinte esquema:

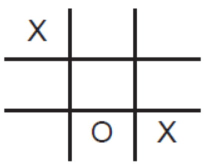


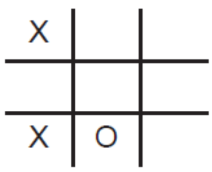
Dos esquemas seguintes, o único que NÃO apresenta jogadas equivalentes à do esquema acima é.

(A)


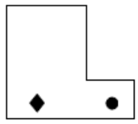
(D)


(B)


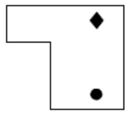
(E)


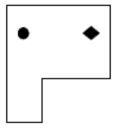
(C)


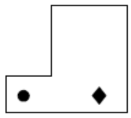
05. (FCC) Considere a figura seguinte:

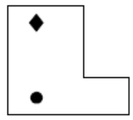


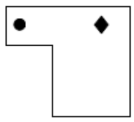
Se fosse possível deslizar tal figura sobre a folha em que ela está desenhada, certamente ela coincidiria com a figura:

a)


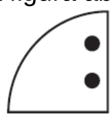
b)


c)


d)


e)


06. (FCC) Considere a figura abaixo:



Se você pudesse fazer uma das figuras seguintes deslizar sobre o papel, aquela que, quando sobreposta à figura dada, coincidirá exatamente com ela é

(A)

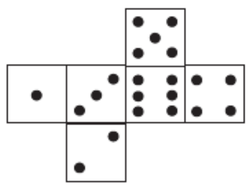

(D)


(B)


(E)


(C)

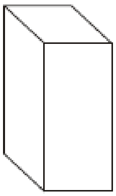

07. (CESGRANRIO) A figura ilustra a planificação de um dado comum de 6 faces.



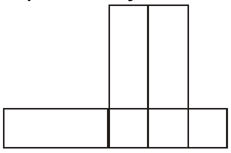
Montando-se o dado, o número da face oposta à face que contém o 1 é

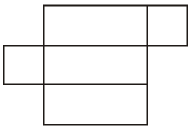
a) 6
b) 5
c) 4
d) 3
e) 2

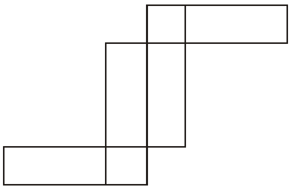
08. (FCC) O sólido representado na figura seguinte é um paralelepípedo reto-retângulo.

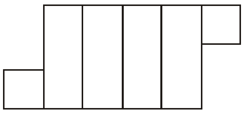


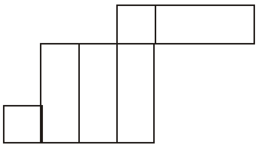
Uma planificação desse sólido é

a) 

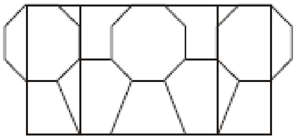
b) 

c) 

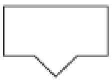
d) 

e) 

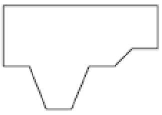
09. (FCC) Observe com atenção a figura abaixo:

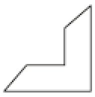


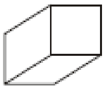
Dos desenhos seguintes, aquele que pode ser encontrado na figura dada é

a) 

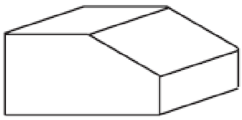
b) 

c) 

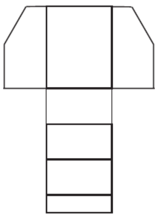
d) 

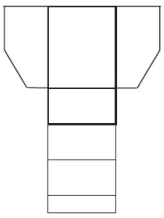
e) 

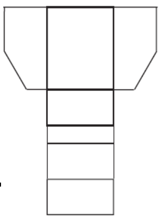
10. (CESGRANRIO)

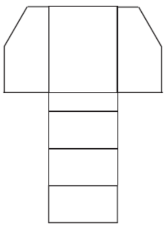


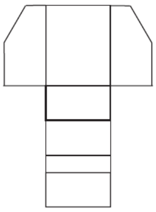
A figura acima ilustra um sólido fechado. Sua planificação é

a) 

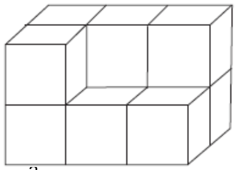
b) 

c) 

d) 

e) 

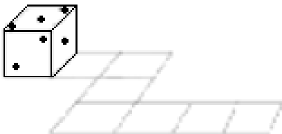
11. (CESGRANRIO) A figura abaixo representa um conjunto de cubos, todos iguais, cujos volumes correspondem a $1m^3$.



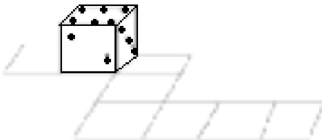
Quanto vale, em m^3, o volume do conjunto, incluindo os cubos não visíveis?

a) 6
b) 8
c) 10
d) 12
e) 13

12. As faces opostas de um dado bem construído somam sempre sete pontos. Um dado percorre um circuito como ilustrado nos dois movimentos feitos. Inicialmente, a face superior é três pontos. Qual será a face superior ao final de percorrer o circuito?



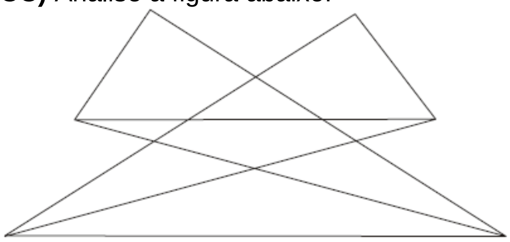
Posição inicial



Primeiro movimento feito

a) 2
b) 3
d) 5
c) 4
e) 6

13. (FCC) Analise a figura abaixo:



O maior número de triângulos distintos que podem ser vistos nessa figura é

a) 20
b) 18
c) 16
d) 14
e) 12

14. (CESGRANRIO) Depois de amanhã é segunda-feira, então, ontem foi

a) terça-feira.
b) quarta-feira.
c) quinta-feira.
d) sexta-feira.
e) sábado.

15. (FCC) Num certo dia do ano o avô falou para Helena, sua netinha: "Anteontem você tinha sete aninhos e já no próximo ano completarás dez anos". Todos olharam espantados para o vovô pensando que ele estava senil. Até que seu filho Bruno olhou a folhinha, sorriu e disse: "É incrível, mas o papai tem razão". Assim, é correto afirmar que
a) tal situação nunca ocorreria.
b) isso só poderia ocorrer nos anos bissextos e em 29 de fevereiro.
c) Helena nasceu em 30 de dezembro e o vovô disse isso no dia 2 de janeiro.
d) Helena nasceu em 31 de dezembro, e o vovô disse isso no dia 1º de janeiro.
e) isso ocorreria para todo fim de mês, desde que a fala do vovô ocorresse no primeiro dia do mês seguinte.

16. (FCC) José decidiu nadar no clube, regularmente, de quatro em quatro dias. Começou a fazê-lo em um sábado; nadou pela segunda vez na quarta-feira seguinte, depois no domingo e assim por diante. Nesse caso, na centésima vez em que José for nadar, qual será o dia da semana?
a) terça
b) quarta
c) quinta
d) sexta
e) sábado

17. (FCC) Regina e Roberto viajaram recentemente e voltaram três dias antes do dia depois do dia de antes de amanhã. Hoje é terça-feira. Em que dia Regina e Roberto voltaram?
a) quarta
b) quinta
c) sexta
d) sábado
e) domingo

18. (CESGRANRIO) Em determinado ano bissexto, o dia 31 de dezembro foi um sábado. Se este ano não tivesse sido bissexto, em que dia da semana cairia o último dia do ano?
a) Terça-feira
b) Quarta-feira
c) Quinta-feira
d) Sexta-feira
e) Domingo

19. (CESGRANRIO) O Carnaval é uma festa pagã comemorada sempre às terças-feiras. Esta comemoração ocorre sempre 47 dias antes do domingo de Páscoa. Por sua vez, a Páscoa é comemorada no primeiro domingo de lua cheia posterior ao dia 21 de março. A seguir, vêem-se o calendário e a tabela das fases da lua para o primeiro semestre do ano de 2009.

2009

JANEIRO

D	S	T	Q	Q	S	S
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

FEVEREIRO

D	S	T	Q	Q	S	S
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

MARÇO

D	S	T	Q	Q	S	S
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

ABRIL

D	S	T	Q	Q	S	S
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30		

MAIO

D	S	T	Q	Q	S	S
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

JUNHO

D	S	T	Q	Q	S	S
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

Fases da lua em 2009

Mês	Início da Crescente	Início da Cheia	Início da Minguante	Início da Nova	Início da Crescente
Janeiro	4	11	18	26	
Fevereiro	2	9	16	25	
Março	4	11	18	26	
Abril	2	9	17	25	
Maio	1	9	17	24	31
Junho		7	15	22	29

Segundo as informações acima, no ano de 2009, a terça-feira de Carnaval será comemorada no dia
a) 10 de fevereiro.
b) 17 de fevereiro.
c) 24 de fevereiro.
d) 3 de março.
e) 10 de março.

20. (FCC) Considerando que, em certo ano, o dia 23 de junho ocorreu em um sábado, o dia 22 de outubro desse mesmo ano ocorreu em:
a) uma segunda-feira
b) uma terça-feira
c) uma quinta-feira
d) um sábado
e) um domingo

21. (FCC) Se em certo ano bissexto o dia 1º de janeiro ocorreu em uma sexta-feira, então, nesse mesmo ano, o dia 1º de maio ocorreu em
a) um sábado.
b) um domingo.
c) uma segunda-feira.
d) uma terça-feira.
e) uma quarta-feira.

22. (CESGRANRIO) O ano de 2009 começou em uma quinta-feira. Se durante este ano não existissem domingos, as semanas teriam apenas 6 dias. Nesse caso, se janeiro continuasse a ter 31 dias, o dia 1º de fevereiro de 2009 não teria caído em um domingo e sim em uma
a) segunda-feira.
b) terça-feira.
c) quarta-feira.
d) quinta-feira.
e) sexta-feira.

CAPÍTULO 08

SEQUÊNCIAS LÓGICAS

Muitas provas de concursos vêm cobrando questões sobre sequências lógicas. Estas sequências podem ser formadas por números, letras, palavras, figuras, etc. Existem várias formas de se estabelecer uma sequência, mas é necessário que existam pelo menos três elementos para que se caracterize a lógica de sua formação. No entanto algumas séries necessitam de mais elementos para definir sua lógica.

Algumas sequências são bastante conhecidas e todo candidato que estuda lógica deve conhecê-las, tais como as progressões aritméticas e geométricas, a série de Fibonacci, os números primos e os quadrados perfeitos.

SEQUÊNCIAS DE NÚMEROS

As sequências numéricas são muito comuns em provas de concursos de diversas organizadoras. Eis os principais tipos de sequências de número que podemos encontrar:

PROGRESSÃO ARITMÉTICA:
Soma-se constantemente um mesmo número.

3 7 11 15 19 23
+4 +4 +4 +4 +4

> **OBS:** Eis as fórmulas do termo geral e da soma dos termos de uma PA, para a resolução dos exercícios:
> 1) Termo geral da PA: $a_n = a_1 + (n - 1) . r$
> 2) Soma dos termos da PA: $S_n = \dfrac{(a_1 + a_n) . n}{2}$

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA:
Multiplica-se constantemente um mesmo número.

3 6 12 24 48 96
x2 x2 x2 x2 x2

> **OBS:** Eis as fórmulas do termo geral e da soma dos termos de uma PG finita, para a resolução dos exercícios:
> 1) Termo geral da PG: $a_n = a_1 . q^{n-1}$
> 2) Soma dos termos da PG: $S_n = \dfrac{a_1 . (q^n - 1)}{q - 1}$

INCREMENTO EM PROGRESSÃO:
O valor somado é que está em progressão.

2 3 5 8 12 17
+1 +2 +3 +4 +5

NÚMEROS PRIMOS:
Números naturais que possuem apenas dois divisores naturais.

2 3 5 7 11 13 17

QUADRADOS PERFEITOS:
Números naturais cujas raízes são naturais. Possuem raiz quadrada exata.

1 4 9 16 25 36 49

SÉRIE DE FIBONACCI:
Cada termo é igual à soma dos dois anteriores.

1 1 2 3 5 8 13

> **OBS:** Existem sequências numéricas que são formadas por outros padrões, por exemplo, combinando as operações matemáticas. Estas sequências requerem um pouco mais de treino.

EXEMPLO$_1$: Qual o próximo termo da seguinte sequência: 2, 6, 14, 30, 62, ... ?

SOLUÇÃO:
Esta sequência é obtida somando-se uma unidade ao termo anterior e multiplicando-se o resultado por 2.

2
(2 + 1) x 2 = 6
(6 + 1) x 2 = 14
(14 + 1) x 2 = 30
(30 + 1) x 2 = 62
(62 + 1) x 2 = 126

Logo, o próximo número é: 62 + 1 x 2 = 126.

EXEMPLO$_2$: (FCC) Os termos da sucessão seguinte foram obtidos considerando uma lei de formação.
(0, 1, 3, 4, 12, 13, ...)
Segundo essa lei, o décimo terceiro termo dessa sequência é um número
a) menor que 200.
b) compreendido entre 200 e 400.
c) compreendido entre 500 e 700.
d) compreendido entre 700 e 1000.
e) maior que 1000.

SOLUÇÃO:
Da sequência dada, pode-se perceber que os números são obtidos somando-se uma unidade e multiplicando-se por três, alternadamente. Portanto:

0, 1, 3, 4, 12, 13, 39, 40, 120, 121, 363, 364, 1092
+1 x3 +1 x3 +1 x3 +1 x3 +1 x3 +1 x3

Então o décimo terceiro termo dessa sequência é um número maior que 1000.

SEQUÊNCIAS DE LETRAS

Em geral, você deve escrever todo o alfabeto (atualmente, deve-se contar com as letras k, w e y) e destacar as letras dadas para entender a lógica proposta. As sequências de letras podem estar associadas a uma série de números ou não.

1) **B D G K P V**
Observe que foram saltadas 1, 2, 3, 4 e 5 letras e esses números estão em progressão aritmética.
A**B**C**D**EF**G**HIJ**K**LMNO**P**QRSTU**V**

2) **B1 2F H4 8L N16 32R T64**

Nesse caso, associou-se letras e números (potências de 2), alternando a ordem. As letras saltam 1, 3, 1, 3, 1, 3 e 1 posições.
A**B**CDE**F**G**H**IJK**L**M**N**OPQ**R**S**T**

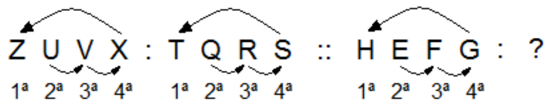
EXEMPLO: (FCC) Observe que, no esquema abaixo as letras que compõem os dois primeiros grupos foram dispostas segundo um determinado padrão. Esse mesmo padrão deve existir entre o terceiro grupo e o quarto, que está faltando.

ZUVX : TQRS :: HEFG : ?

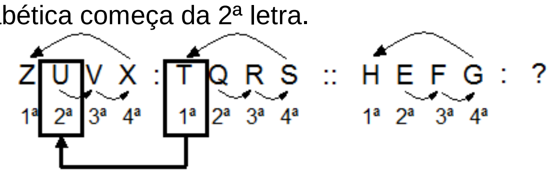
Considerando a ordem alfabética adotada, que é a oficial, exclui as letras K, W e Y, o grupo de letras que substitui corretamente o ponto de interrogação é:
a) QNOP b) BCDA c) IFGH
d) DABC e) FCDE

SOLUÇÃO:

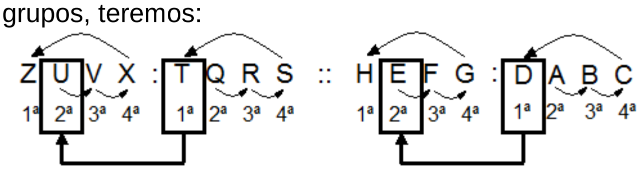
Considerando as letras na ordem em que aparecem, e colocando as letras de cada grupo em ordem alfabética obtemos a seguinte ordem: **2ª, 3ª, 4ª e 1ª**. Veja:



O segundo grupo termina a ordem alfabética na letra T, e o primeiro grupo inicia a ordem alfabética com a letra seguinte (U). Lembre que a ordem alfabética começa da 2ª letra.



Aplicando este conceito ao terceiro e quarto grupos, teremos:



Logo, a resposta correta é a opção D.

SEQUÊNCIAS DE PALAVRAS

As sequências de palavras são bastante interessantes, pois existem vários padrões (ou critérios) diferentes para caracterizá-la. Vejamos alguns exemplos para que possamos estar "treinados", caso apareça uma questão na prova:

EXEMPLO$_1$: A sequência de palavras abaixo segue um padrão lógico de formação. Qual a próxima palavra desta sequência?

HOMERO – ATUM – DEPOIS – MÊS – TEATRO ...

a) PEIXE b) JULHO c) CINTO
d) CINEMA e) CHINÊS

SOLUÇÃO:
A lei de formação da sequência dada é a seguinte: as palavras dadas "lembram" a sequência numérica ZERO, UM, DOIS, TRÊS, QUATRO,... . Veja:

HOM**ERO** – AT**UM** – DEP**OIS** – M**ÊS** – TE**ATRO** ...
Z**ERO** – **UM** – D**OIS** – TR**ÊS** – QU**ATRO**,...

O próximo número a sequência seria o CINCO, e a única palavra que o lembra é CINTO (opção C).

EXEMPLO$_2$: Uma propriedade lógica define a sucessão: SEGURO, TERRA, QUALIDADE, QUILATE, SEXO, SÁBIO, ... Qual a alternativa que apresenta a próxima palavra desta sequência?
a) JADE b) CHINÊS c) TRIVIAL
d) DOMÍNIO e) ESCRITURA

SOLUÇÃO:
Neste caso temos que as três primeiras letras de cada palavra "lembram" os dias da semana:
SEGURO, **TER**RA, **QUA**LIDADE, **QUI**LATE, **SEX**O, **SÁB**IO

Logo, como o próximo dia da semana é o domingo, a palavra que o lembra é: DOMÍNIO (opção D).

EXEMPLO$_3$: (FCC) Para responder à questão, você deve observar que em cada um dos dois primeiros pares de palavras dadas, a palavra da direita foi obtida da palavra da esquerda segundo determinado critério. Você deve descobrir esse critério e usá-lo para encontrar a palavra que deve ser colocada no lugar do ponto de interrogação.

arborizado - azar
asteróides - dias
articular - ?

a) luar b) arar c) lira
d) luta e) rara

SOLUÇÃO:
Do enunciado podemos concluir que:

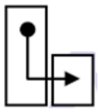
$\boxed{\text{ar}}$bori$\boxed{\text{za}}$do - azar
$\boxed{\text{as}}$teró$\boxed{\text{id}}$es - dias
$\boxed{\text{ar}}$tic$\boxed{\text{u}}$lar - **?**

Lendo as sílabas destacadas no sentido indicado pelas setas, começando pelo quadradinho da direita, obtemos as palavras da coluna da direita. Portanto, a terceira palavra da coluna da direita é LUAR (opção A).

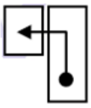
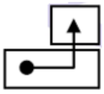
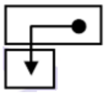
SEQUÊNCIAS DE FIGURAS

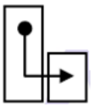
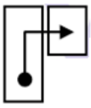
Nesse tipo de sequência, geralmente obtemos as figuras através da rotação da figura anterior no sentido horário ou anti-horário. Podemos também encontrar sequências de figuras onde se pede para informar qual figura é diferente das demais ou ainda qual figura completa a proporção (comum em provas da FCC). Veja os exemplos:

EXEMPLO$_1$: Observe a figura abaixo:



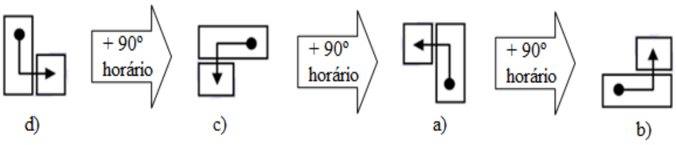
Sem sair do plano do papel, qual das figuras abaixo não pode ser obtida da figura dada acima?

a)  b)  c) 

d)  e) 

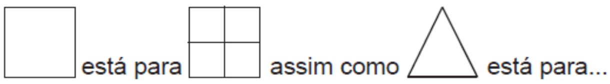
SOLUÇÃO:

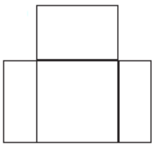
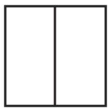
A expressão "sem sair do plano do papel" já dá uma dica de como devemos obter as figuras a partir da que foi dada no enunciado. Esta expressão significa que devemos apenas rotacionar a figura dada para obtermos as outras. Portanto, rotacionando teremos:



Logo, a única figura que não pode ser obtida da figura dada no enunciado (que coincide com a figura da opção D) é a figura da **opção E.**

EXEMPLO$_2$: (FCC) Qual dos cinco desenhos representa a comparação adequada?

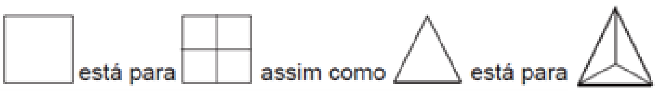


a)  b)  c) 

d)  e) 

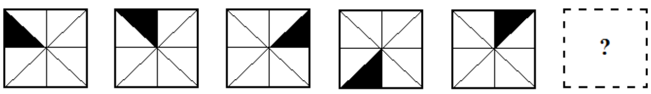
SOLUÇÃO:

Neste caso, o quadrado, que tem quatro lados, foi dividido em quatro partes. Logo, o triângulo, que tem três lados, deve ser dividido em três partes! Daí, teremos:

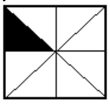
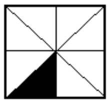
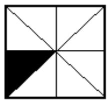


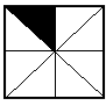
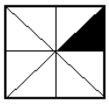
Portanto, a resposta correta é a alternativa E.

EXEMPLO$_3$: Considere a sequência de quadrados abaixo:



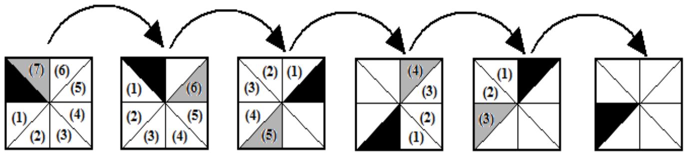
Levando-se em conta que a posição dos triângulos pintados segue uma ordem lógica, assinale a alternativa que indica o quadrado que completa a sequência.

a)  b)  c) 

d)  e) 

SOLUÇÃO:

Esta questão é bem interessante e sua resolução é muito simples! A lógica é a seguinte: do primeiro quadrado para o segundo, o triângulo preto "volta" 7 triângulos no sentido anti-horário; do segundo quadrado para o terceiro, o triângulo preto "volta" 6 triângulos no sentido anti-horário; do terceiro quadrado para o quarto, o triângulo preto "volta" 5 triângulos no sentido anti-horário; do quarto quadrado para o quinto, o triângulo preto "volta" 4 triângulos no sentido anti-horário; logo, do quinto quadrado para o sexto, o triângulo preto "volta" 3 triângulos no sentido anti-horário:



Logo, a alternativa correta é a opção C.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (FCC) Se a/b é o sexto termo da sequência de frações irredutíveis 1/3, 7/3, 7/15, 31/15, 31/63,... . Se ela está logicamente estruturada, então a+b é igual a:
a) 190
b) 182
c) 178
d) 202

02. (FCC) Considere que os números que compõem a sequência (414, 412, 206, 204, 102, 100,...) obedecem a um lei de formação. A soma do nono e décimo termos dessa sequência é igual.
a) 98
b) 72
c) 58
d) 46
e) 38

03. (FCC) Os termos da sequência (2, 5, 8, 4, 8, 12, 6, 11, 16, ...) são obtidos através de uma lei de formação. Determine a soma do décimo e do décimo segundo termos dessa sequência, obtidos segundo essa lei.
a) 28
b) 29
c) 30
d) 31
e) 32

04. (FCC) Dispõe-se de uma caixa com 100 palitos de fósforos, todos inteiros, com os quais pretende-se

construir quadrados da seguinte forma: no primeiro, o lado deverá medir 1 palito; no segundo, 2 palitos; no terceiro, 3 palitos; e assim, sucessivamente. Seguindo esse padrão, ao construir-se o maior número possível de quadrados
a) serão usados exatamente 92 palitos da caixa.
b) sobrarão 8 palitos da caixa.
c) serão usados todos os palitos da caixa.
d) sobrarão 16 palitos da caixa.
e) serão usados exatamente 96 palitos da caixa.

05. (FCC) Observando a sequência (2, 5, 11, 23, 47, 95, ...) verifica-se que, do segundo termo em diante, cada número é obtido a partir do anterior, de acordo com uma certa regra. Nessas condições, o sétimo elemento dessa sequência é
a) 197
b) 191
c) 189
d) 187
e) 185

06. (FCC) Os termos da sequência (25; 22; 11; 33; 30; 15; 45; 42; 21; 63; . . .) são obtidos segundo um determinado padrão. De acordo com esse padrão o décimo terceiro termo da sequência deverá ser um número
a) não inteiro.
b) ímpar.
c) maior do que 80.
d) divisível por 4.
e) múltiplo de 11

07. (FCC) Considere que os números que compõem a sequência seguinte obedecem a uma lei de formação.
(120; 120; 113; 113; 105; 105; 96; 96; 86; 86; . . .)
A soma do décimo quarto e décimo quinto termos dessa sequência é um número
a) ímpar.
b) menor do que 100.
c) divisível por 3.
d) maior do que 130.
e) múltiplo de 5.

08. (FCC) No quadro abaixo, a letra X substitui o número que faz com que a terceira linha tenha o mesmo padrão das anteriores.

4	28	22
6	42	36
9	63	X

Segundo tal padrão, o número que deve substituir X é
a) menor que 50.
b) maior que 60.
c) primo.
d) múltiplo de 5.
e) divisível por 3

09. (FCC) Das 5 ternas abaixo, 4 delas têm uma mesma característica comum, baseada em operações com seus elementos, enquanto uma delas NÃO tem essa característica.
(9, 1, 3) − (3, 2, 1) − (2, 3, 4) − (7, 4, 1) − (8, 5, 2)
A terna que NÃO possui essa característica comum é a terna
a) (9, 1, 3)
b) (3, 2, 1)
c) (2, 3, 4)
d) (7, 4, 1)
e) (8, 5, 2)

10. (FCC) Segundo um determinado critério, foi construída a sucessão seguinte em que cada termo é composto de um número seguido de uma letra:
A 1 – E 2 – B 3 – F 4 – C 5 – G 6 – D 7 – · · ·
Considerando que no alfabeto usado são excluídas as letras K, Y e W, então, de acordo com o critério estabelecido, a letra que deverá anteceder o número 12 é
a) J
b) H
c) I
d) F
e) E

11. (FCC) Abaixo tem-se uma sucessão de grupos de três letras, cada qual seguido de um número que o representa, entre parênteses.
ABH (11) − DBX (30) − MAR (32) − KIT (40) − CYN (42)
Considerando que o número representante de cada grupo de letras foi escolhido segundo determinado critério e o alfabeto usado é o oficial, ou seja, tem 26 letras, então, segundo o mesmo critério, o grupo PAZ deve ser representado pelo número
a) 31
b) 36
c) 40
d) 43
e) 46

12. (FCC) Na figura abaixo, as letras foram dispostas em forma de um triângulo segundo determinado critério.

P
P Q
P R S
Q R S T
Q R — — ?

Considerando que as letras K, W e Y não fazem parte do alfabeto oficial, então, de acordo com o critério estabelecido, a letra que deve substituir o ponto de interrogação é
a) P
b) Q
c) R
d) S
e) T

13. (FCC) Observe que, no diagrama abaixo, foram usados somente as letras K, R, C, S, A, F, X, H, T e que cada linha tem uma letra a menos que a anterior.

K R C S A F X H T
S T C K X F R H
F H K T R S X
H K R X S T
T R S K X
...

Se as letras foram retiradas obedecendo a um certo critério, então a próxima letra a ser retirada será
a) T
b) R
c) S
d) K
e) X

14. (FCC) Na figura abaixo, as letras do alfabeto foram dispostas na forma de um triângulo, obedecendo a determinado critério.

B
D F
H J M
O – ? –

Considerando que nessa figura não foram usadas as letras K, W e Y, então, segundo tal critério, a letra que substituiria corretamente o ponto de interrogação é
a) P
b) Q
c) R
d) S
e) T

15. (FCC) No alfabeto oficial da língua portuguesa é fixada a ordem que cada letra ocupa:

A	B	C	D	E	...	V	W	X	Y	Z
↓	↓	↓	↓	↓		↓	↓	↓	↓	↓
1ª	2ª	3ª	4ª	5ª		22ª	23ª	24ª	25ª	26ª

Se as letras do alfabeto oficial fossem escritas indefinida e sucessivamente na ordem fixada − A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z A B C D E F G H I ... −, a letra que ocuparia a 162ª posição seria
a) B.
b) C.
c) F.
d) K.
e) N.

Instruções: Nas questões de números 16 e 17, observe que há uma relação entre o primeiro e o segundo grupos de letras. A mesma relação deverá existir entre o terceiro grupo e um dos cinco grupos que aparecem nas alternativas, ou seja, aquele que substitui corretamente o ponto de interrogação. Considere que a ordem alfabética adotada é a oficial e exclui as letras K, W e Y.

16. (FCC) ABCA : DEFD : : HIJH : ?
a) IJLI
b) JLMJ
c) LMNL
d) FGHF
e) EFGE

17. (FCC) CASA : LATA : : LOBO : ?
a) SOCO
b) TOCO
c) TOMO
d) VOLO
e) VOTO

---

18. (FCC) Abaixo, os dois primeiros grupos de letras são compostos de duas vogais e duas consoantes que guardam entre si uma relação. Essa mesma relação deve existir entre o terceiro e o quarto grupo, que está faltando.

(G E B A) está para (B I G E)
assim como
(R O M I) está para (?)

Considerando que a ordem alfabética é a oficial, o grupo de letras que deve substituir corretamente o ponto de interrogação é
a) M U R O.
b) M I R O.
c) M O R U.
d) M I R A.
e) M O R A.

19. (FCC) Observe que na sentença abaixo há duas palavras sublinhadas e dois espaços em branco.

Cachorro está para . . . . . assim como pernilongo está para . . . . . .

Preenchidos corretamente os espaços, a primeira palavra deve ter com a segunda a mesma relação que a terceira tem com a quarta. Nessas condições, as respectivas palavras que devem ocupar as lacunas são:
a) cadela – pernalonga
b) pelo – garra
c) mordida − ferrolhada
d) latido – zumbido
e) raiva − picada

20. (FCC) Uma propriedade comum caracteriza o conjunto de palavras seguinte:

MARCA − BARBUDO − CRUCIAL − ADIDO − FRENTE − ?

De acordo com tal propriedade, a palavra que, em sequência, substituiria corretamente o ponto de interrogação é
a) FOFURA.
b) DESDITA.
c) GIGANTE.
d) HULHA.
e) ILIBADO.

21. Considere a seguinte sequência de palavras: PRIMEIRO, OUTORGA, INVERDADE,... . A palavra que completa esta sequência é:
a) JUÍZO
b) VERAZ

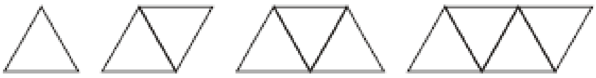
c) MENTIROSO
d) ÚLTIMO
e) VALOR

22. (FCC) Observe que em cada um dos dois primeiros pares de palavras abaixo, a palavra da direita foi formada a partir da palavra da esquerda, utilizando-se um mesmo critério.

SOLAPAR	-	RASO
LORDES	-	SELO
CORROBORA	-	?

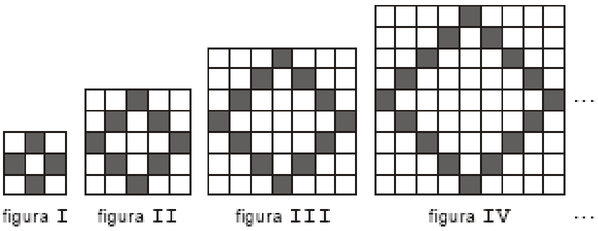
Com base nesse critério, a palavra que substitui corretamente o ponto de interrogação é:
a) CORA
b) ARCO
c) RABO
d) COAR
e) ROCA

23. (FCC) Usando palitos de fósforo inteiros é possível construir a seguinte sucessão de figuras compostas por triângulos:



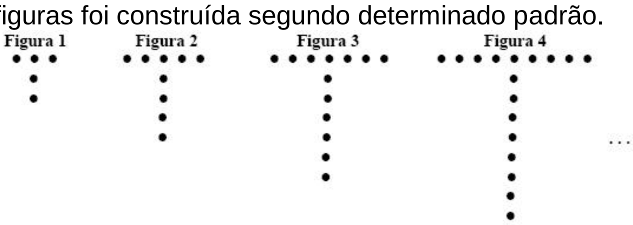
Seguindo o mesmo padrão de construção, então, para obter uma figura composta de 25 triângulos, o total de palitos de fósforo que deverão ser usados é
a) 45
b) 49
c) 51
d) 57
e) 61

24. (FCC) Na sequência de quadriculados abaixo, as células pretas foram colocadas obedecendo a um determinado padrão.



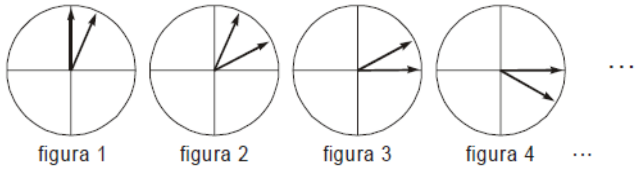
Mantendo esse padrão, o número de células brancas na Figura V será
a) 101
b) 99
c) 97
d) 83
e) 81

25. (FCC) Considere que a seguinte sequência de figuras foi construída segundo determinado padrão.



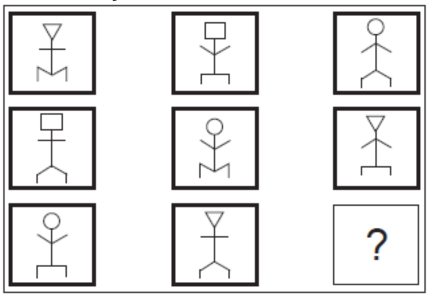
Mantido tal padrão, o total de pontos da figura de número 25 deverá ser igual a
a) 97
b) 99
c) 101
d) 103
e) 105

26. (FCC) Considere a sequência de figuras:



Mantendo a mesma lei de formação, a 1ª figura é igual à
a) 11ª figura
b) 12ª figura
c) 13ª figura
d) 14ª figura
e) 15ª figura

27. (FCC) Em cada linha do quadrado abaixo, as figuras foram desenhadas obedecendo a um mesmo padrão de construção.



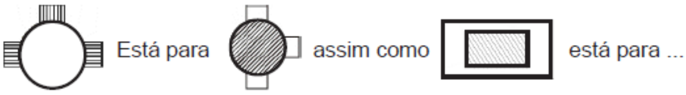
Segundo esse padrão, a figura que deverá substituir corretamente o ponto de interrogação é

a) 
b) 
c) 
d) 
e) 

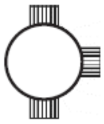
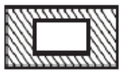
28. (FCC) Observe que a sequência de figuras seguinte está incompleta. A figura que está faltando, à direita, deve ter com aquela que a antecede, a mesma relação que a segunda tem com a primeira. Assim:

a) 
b) 
c) 
d) 
e) 

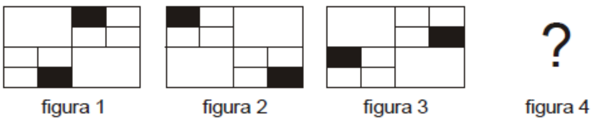
29. (FCC) Observe que há uma relação entre as duas primeiras figuras representadas na sequência abaixo.



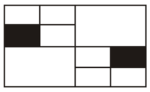
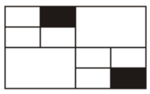
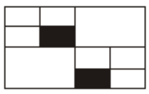
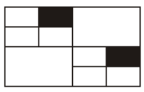
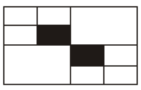
A mesma relação deve existir entre a terceira figura e a quarta, que está faltando. Essa quarta figura é:

a) 
b) 
c) 
d) 
e) 

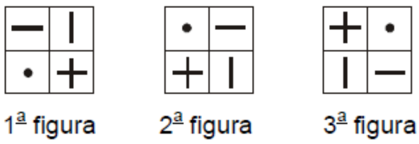
30. (FCC) Observe abaixo que há uma relação entre as duas primeiras figuras.



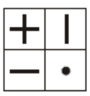
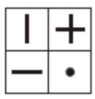
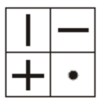
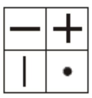
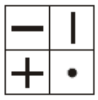
Se a mesma relação é válida entre a 3ª e a 4ª figuras, então a 4ª figura é

a) 
b) 
c) 
d) 
(e) 

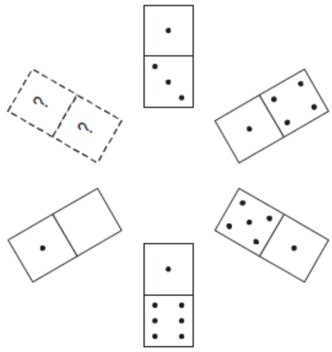
31. (FCC) Considere a sequência das figuras abaixo.



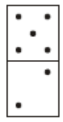
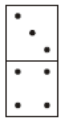
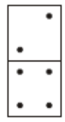
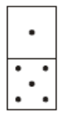
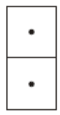
Mantendo-se esse comportamento, a quarta figura será

a) 
b) 
c) 
d) 
e) 

32. (FCC) As pedras de um dominó mostradas abaixo foram dispostas, sucessivamente e no sentido horário, de modo que os pontos marcados obedeçam a um determinado critério.



Com base nesse critério, a pedra de dominó que completa corretamente a sucessão é


(A)

(B)

(C)

(D)

(E)

CAPÍTULO 09

TABELAS E GRÁFICOS

TABELAS

A tabela é um quadro que resume um conjunto de observações. Compõe-se de:
_ **corpo:** linhas e colunas que contém os valores das variáveis em estudo.
_ **cabeçalho:** parte superior que especifica o conteúdo das colunas.
_ **coluna indicadora:** coluna que indica o conteúdo das linhas.
_ **casa ou célula:** espaço destinado a uma só informação.
_ **título:** conjunto de informações sobre a tabela (*O quê? Quando? Onde?*) localizada no topo da tabela.

EXEMPLO:

PRODUÇÃO DE CAFÉ
BRASIL

Anos	Produção (1000 ton)
1991	1221
1992	2234
1993	1254
1994	1445
1995	1112

FONTE: IBGE.

GRÁFICOS

O **gráfico** é uma forma de apresentação dos dados cujo objetivo é o de produzir uma impressão mais rápida e viva do fenômeno em estudo.

A seguir são apresentados os tipos de gráficos mais comuns, baseados na mesma série apresentada na tabela abaixo.

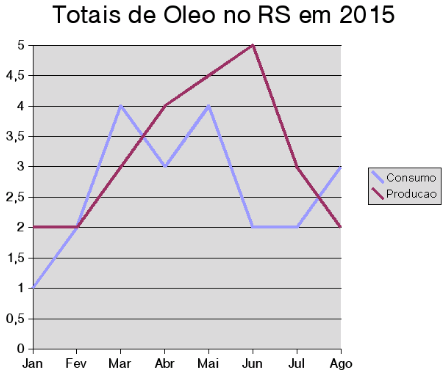
Totais de Óleo no RS em 2015

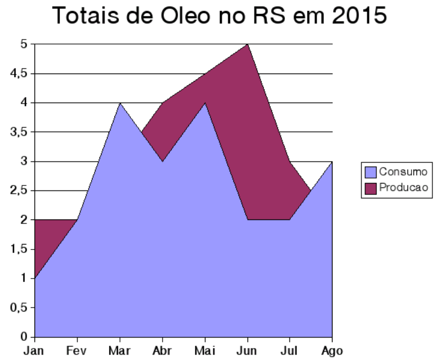
Meses	Consumo	Produção
Jan	1	2
Fev	2	2
Mar	4	3
Abr	3	4
Mai	4	4,5
Jun	2	5
Jul	2	3
Ago	3	2

FONTE: DADOS FICTÍCIOS.

1. Gráficos em linha ou curva

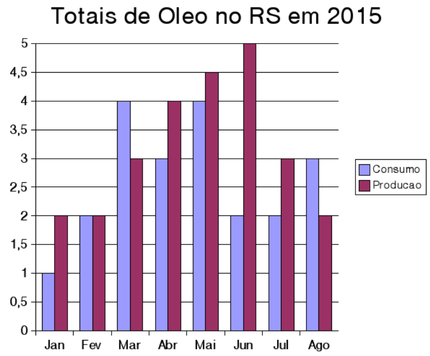
Este tipo de gráfico usa uma linha poligonal para representar a série estatística. Para ficar mais claro pode ser hachurado (preenchido).

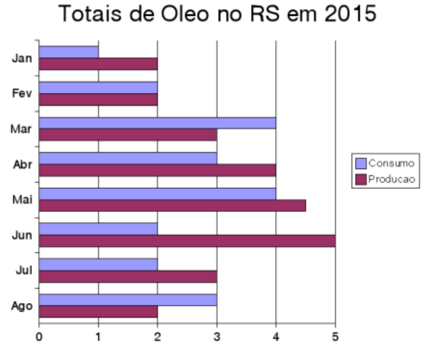




2. Gráficos em colunas ou em barras

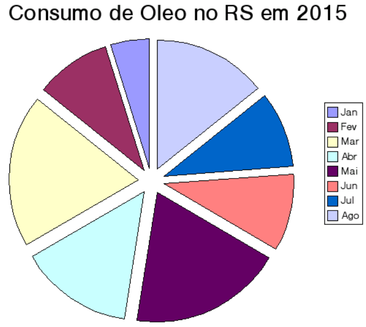
Este tipo de gráfico usa colunas para representar a série estatística. Podem ser verticais ou horizontais e conter barras múltiplas.

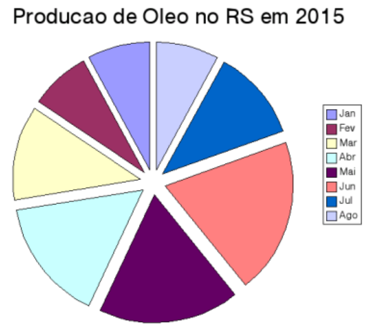




3. Gráfico em setores

É o tipo de gráfico construído com base num círculo. É útil para representar frações em relação ao total.





EXERCÍCIOS PROPOSTOS

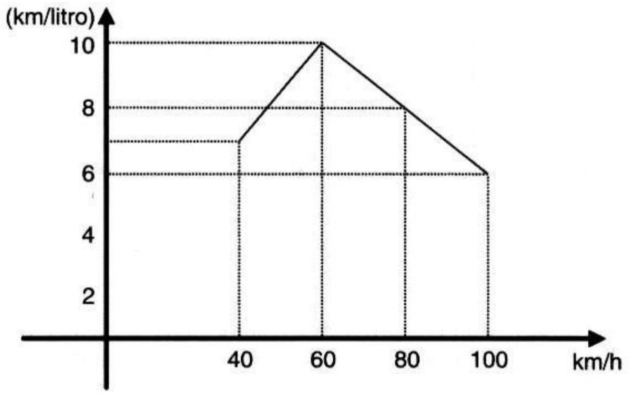
01. (CHESF) Um levantamento efetuado entre 600 contribuintes do INSS mostrou que muitos deles mantinham convênio com duas empresas particulares de assistência médica, A e B conforme o quadro.

Convênio com A	Convênio com B	Contribuintes somente do INSS
430	160	60

Analisando-o, podemos concluir que o número de contribuintes simultâneos às duas empresas, A e B, é:

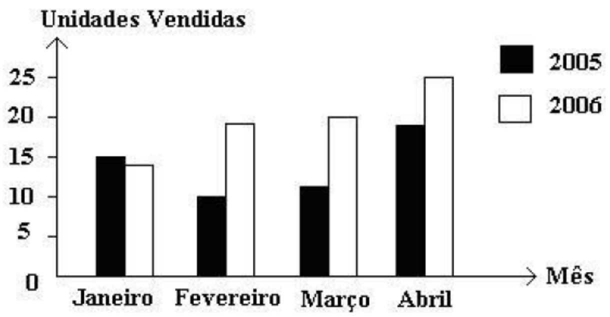
a) 30
b) 90
c) 40
d) 50
e) N.R.A

02. (SDS SC) O consumo de combustível de um automóvel é medido pelo número de quilômetros que percorre gastando 1 litro de combustível. O consumo depende, entre outros fatores, da velocidade desenvolvida. O gráfico a seguir indica o consumo, na dependência da velocidade, de certo automóvel. Observe:



A análise do gráfico mostra que:
a) A partir de 40 km/h, quanto maior a velocidade, maior é o consumo.
b) O consumo é diretamente proporcional à velocidade.
c) O menor consumo se dá aos 60 km/h.
d) O consumo é inversamente proporcional à velocidade.
e) N.R.A.

03. (CEFET RJ) Analise o gráfico a seguir:



O gráfico acima representa dados da venda de biscoitos por uma determinada fábrica. De acordo com o gráfico, o mês que ocorreu maior venda tanto em 2005 quanto em 2006 deste biscoito foi:
a) Janeiro
b) Fevereiro
c) Março
d) Abril
e) Não tem como saber, pois faltam dados.

04. (REFAP) A tabela abaixo mostra o tempo gasto pelos carros A e B, para completar cada uma das quatro primeiras voltas de uma corrida de automóveis.

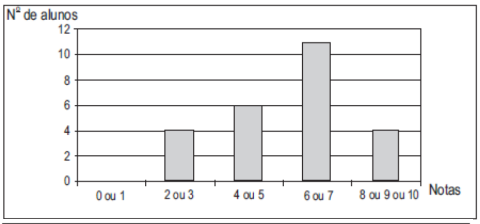
	VOLTA 1	VOLTA 2	VOLTA 3	VOLTA 4
A	1 min 23 seg	1 min 34 seg	1 min 15 seg	1 min 19 seg
B	1 min 35 seg	1 min 39 seg	1 min 32 seg	1 min 35 seg

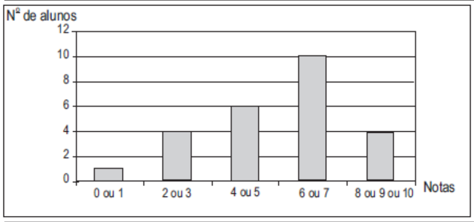
Sabendo que os carros A e B largaram simultaneamente do mesmo lugar, é correto concluir que o carro B completou sua 4ª volta **T** segundos após o carro A tê-lo feito. O valor de **T** é:
a) 12 b) 16 c) 17
d) 50 e) 60

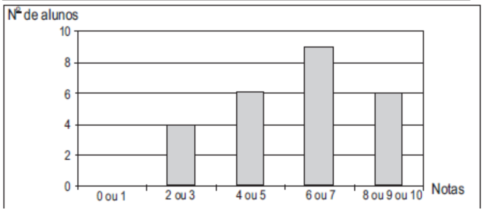
05. (REFAP) A tabela abaixo apresenta as notas dos 25 alunos de uma turma em uma prova que valia de zero a 10 pontos.

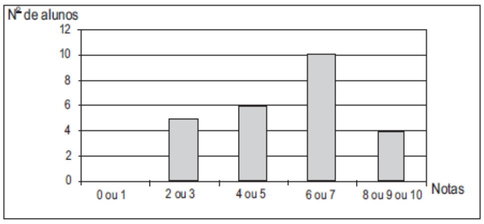
7	6	9	3	5	6	7	7	4	3	6	7	5	6	8	9	2	5	4	7	3	8	7	6	5

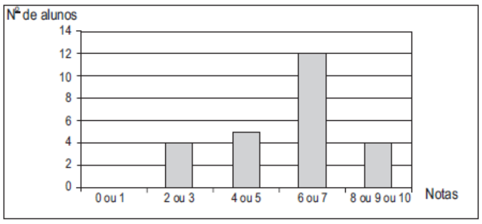
Apenas uma das opções abaixo apresenta um gráfico de barras compatível com as notas apresentadas. Assinale-a.

a) 

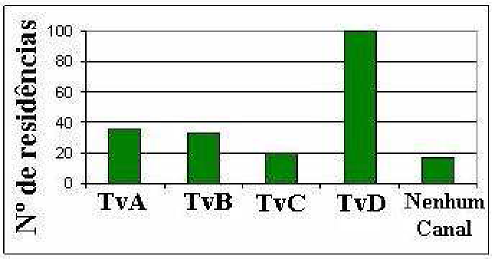
b) 

c) 

d) 

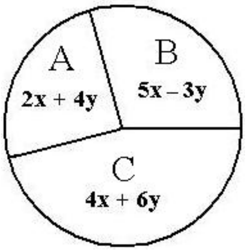
e) 

06. (CHESF) Uma pesquisa de opinião foi realizada para avaliar os níveis de audiência de alguns canais de televisão, entre 20 horas e 21 horas, durante uma determinada noite. Os resultados obtidos estão representados no gráfico de barras a seguir:



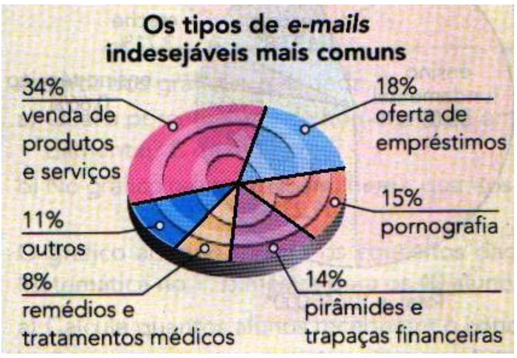
A percentagem total de entrevistados, que declararam estar assistindo à TvB é aproximadamente igual a:
a) 15% b) 20% c) 22%
d) 27% e) 30%

07. (ECT PE) No gráfico de setores abaixo, as expressões estão indicando o número de votos dos candidatos *A*, *B* e *C* em uma eleição.



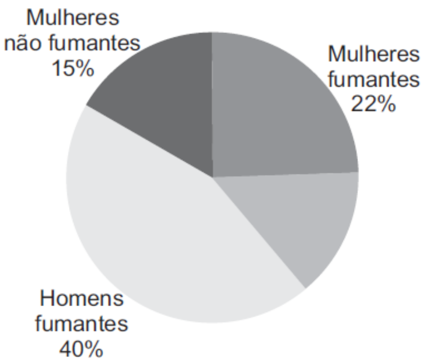
Sabendo-se que B obteve 600 votos e C 900 votos, qual a porcentagem de votos do candidato A?
a) 30% b) 25% c) 45%
d) 63% e) 52%

08. (ECT PE) Uma pesquisa realizada em 2004 obteve os seguintes resultados sobre os e-mails indesejáveis mais comuns:



Se uma pessoa recebeu 31 e-mails sobre venda de produtos e serviços em uma semana, isso significa que essa pessoa recebeu aproximadamente quantos e-mails por semana?
a) 91 b) 105 c) 109
d) 95 e) 104

09. (DETRAN AC)



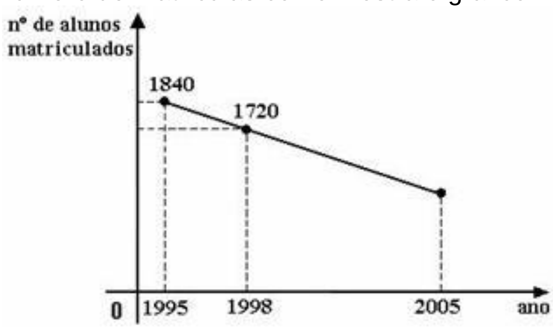
O gráfico acima mostra a distribuição da população de certa cidade com relação ao sexo e à condição de tabagista ou não. É correto afirmar que, nessa cidade,
a) 62% da população são compostos por homens.
b) 55% da população correspondem a fumantes.
c) 40% da população correspondem a fumantes.
d) 38% da população correspondem a não fumantes.
e) 22% da população são compostos por mulheres.

10. (DETRAN AC)

	Paula	Renata	Tânia
Paula	0	2	2
Renata	1	0	1
Tânia	0	1	0

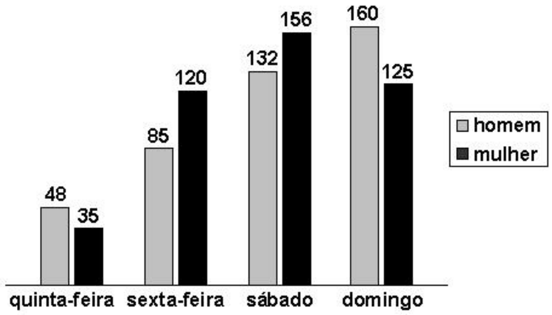
Paula, Renata e Tânia são três amigas. A tabela acima informa o número de visitas que a pessoa cujo nome está na linha fez à amiga que está indicada na coluna. É correto afirmar que, entre as três,
a) Paula foi a que mais recebeu visitas.
b) Paula recebeu mais visitas do que Renata.
c) Tânia recebeu mais visitas do que Paula.
d) Renata recebeu mais visitas do que Tânia.
e) Renata foi a que mais fez visitas.

11. (DEMASP) Durante uma década, verificou-se que um colégio apresentou um decréscimo linear no número de matrículas como mostra o gráfico.



A partir de 2005, houve um aumento de 35 matrículas por ano, portanto, quantos alunos estão matriculados nesse colégio em 2008?
a) 1440 b) 1545 c) 1475
d) 1745 e) 1340

12. (ECT PE) Mário tem um estabelecimento comercial com eventos noturnos (música ao vivo) em Olinda/PE, que funciona de quinta-feira a domingo. Ele cobra R$20,00 pela entrada de homens e R$15,00 pela entrada de mulheres. Aos domingos, há desconto de 5% para homens e 10% para mulheres. No gráfico abaixo encontra-se representado o público que esse estabelecimento recebeu na semana passada.



Considerando apenas os valores das entradas, qual foi a renda de Mário na referida semana neste

Estabelecimento de acordo com a representação gráfica abaixo?
a) R$14.786,25
b) R$15.040,00
c) R$13.961,00
d) R$14.692,50
e) R$14.730,00

CAPÍTULO 10

PRINCÍPIOS DE CONTAGEM E PROBABILIDADE

ANÁLISE COMBINATÓRIA (PRINCÍPIOS DE CONTAGEM)

Os estudos sobre Análise Combinatória foram iniciados no século XVI, pelo matemático italiano Niccollo Fontana (1500-1557), conhecido como Tartaglia. Depois vieram os franceses Pierre de Fermat (1601-1665) e Blaise Pascal (1623- 1662).

Análise Combinatória é um conjunto de procedimentos que possibilita a construção de grupos diferentes formados por um número finito de elementos de um conjunto sob certas circunstâncias. Arranjos, Permutações ou Combinações, são os três tipos principais de agrupamentos, sendo que eles podem ser simples ou com repetição.

Antes de estudarmos os três principais tipos de agrupamentos (Arranjos, Permutações ou Combinações), estudaremos uma operação matemática extremamente importante para os cálculos desses agrupamentos, o chamado fatorial.

FATORIAL (!)

Fatorial de um número natural “n” é o produto de todos os inteiros positivos menores ou iguais a “n”. Isso é escrito como n! e lido como "fatorial de n ".

$$\boxed{n! = n \,.\, (n-1) \,.\, (n-2) \ldots 2 \,.\, 1}$$

EXEMPLOS:

4! = 4 . 3 . 2 . 1 = 24
5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 120
6! = 6 . 5 . 4 . 3 . 2 . 1 = 720

OBS: Por convenção, sabe-se que: **0! = 1**.

OBS$_2$: Da propriedade fundamental dos fatoriais, podemos concluir que: **n! = n.(n 1)!** , para $n \in N$, $n \geq 3$, Logo:

EXEMPLOS:

12! = 12.11!
17! = 17.16.15!
23! = 23.22.21.20!

PRINC. FUNDAM. DA CONTAGEM

O princípio fundamental da contagem nos diz que: se quisermos saber o total de possibilidades de escolhas entre os elementos de um ou mais grupos de opções devemos multiplicar as quantidades de elementos de cada grupo de opções, desde que se escolha um único elemento de cada grupo. Veja os exemplos a seguir.

EXEMPLO$_1$: Para montar um computador, temos 3 diferentes tipos de monitores, 4 tipos de teclados, 2 tipos de impressora e 3 tipos de "CPU". Qual o numero de diferentes possibilidades de computadores que podem ser montados com essas peças?

SOLUÇÃO:
Basta multiplicamos as opções:
3 x 4 x 2 x 3 = 72
Então, temos 72 possibilidades de configurações diferentes para o computador a ser montado.

EXEMPLO$_2$: (NCE) João recebeu o seguinte problema: construa cartazes com quatro letras seguidas de três números. As letras pertencem ao conjunto {I, B, G, E} e podem ser usadas em qualquer ordem sem repetição. Os números devem ser pares e pertencentes ao conjunto {1, 2, 3, 4, 5, 6}, e também podem ser usados em qualquer ordem e sem repetição. O número de cartazes diferentes que João pode confeccionar é:
a) 49 b) 72 c) 98
d) 120 e) 144

SOLUÇÃO:
Os cartazes que João confeccionará devem ter a seguinte estrutura:

__.__.__.__.__.__.__
L L L L P P P

Observe que na questão ele diz que os números são pares (não é um número par de três algarismos e sim três números pares). Logo, o produto das possibilidades será: 4 . 3 . 2 .1 . 3 . 2 . 1 = 144 possibilidades (cartazes distintos)

EXEMPLO$_3$: No sistema brasileiro de placas de carro, cada placa é formada por três letras e quatro algarismos. Quantas placas podem ser formadas de modo que o número formado pelos algarismos seja par?

Paraíso Fiscal
GBT - 0171

SOLUÇÃO:
Primeiro, devemos saber que existem 26 letras no alfabeto e 10 algarismos (de 0 a 9).
Segundo, para que o número formado seja par, teremos de limitar o último algarismo à um número par (5 possibilidades = (0, 2, 4, 6, 8). Depois, basta multiplicar, lembrando que a questão não fala se os termos devem ser distintos, logo, podemos repeti-los:

$$\underline{26} \,.\, \underline{26} \,.\, \underline{26} \,.\, \underline{10} \,.\, \underline{10} \,.\, \underline{10} \,.\, \underset{\text{par}}{\underline{5}} = 87.880.000$$

Note que na última casa temos apenas 5

possibilidades, pois queremos um número par (0 , 2 , 4 , 6 , 8).
Resposta: existem 87.880.000 placas onde a parte dos algarismos formem um número par.

PRINC. ADITIVO E MULTIPLICATIVO

Nos problemas de contagem em geral, podemos encontrar os termos "e" e "ou" nos enunciados das questões. Na resolução destes problemas devemos proceder da seguinte forma:

"ou" = somam-se as possibilidades.

"e" = multiplicam-se as possibilidades

EXEMPLO:
Quantos pratos diferentes podem ser solicitados por um cliente de restaurante, tendo disponível 3 tipos de arroz, 2 de feijão, 3 de macarrão, 2 tipos de cervejas e 3 tipos de refrigerante, sendo que o cliente não pode pedir cerveja e refrigerante ao mesmo tempo, e que ele obrigatoriamente tenha de escolher uma opção de cada alimento?

SOLUÇÃO:
De acordo com o enunciado, ele deve escolher para seu prato da seguinte forma: Comida **(e)** Bebida.
Comida:
1 tipo de arroz **(e)** 1 de feijão **(e)** 1 de macarrão.
Bebida:
1 tipo de cerveja **(ou)** 1 tipo de refrigerante.
Logo:
(arroz.feijão.macarrão) . (cerveja + refrigerante) =
= (3 . 2 . 3) . (2 + 3) =
= 18 . 5 =
= 90
Resposta: Existem 90 possibilidades de pratos que podem ser montados com as comidas e bebidas disponíveis.

PERMUTAÇÕES

PERMUTAÇÕES SIMPLES

Definimos Permutações Simples como sendo o número de maneiras de arrumar **n** elementos em **n** posições em que cada maneira se diferencia pela ordem em que os elementos aparecem. Aplicando o Princípio da Multiplicação obtemos a seguinte equação para permutações simples:

$$P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \ldots 2 \cdot 1$$

"A permutação é um tipo especial de arranjo, onde n = p"

EXEMPLO: Homer e Marge têm três filhos: Bart, Lisa e Maggie. Eles querem tirar uma foto de recordação na qual todos apareçam lado a lado. Quantas fotos diferentes podem ser registradas?

SOLUÇÃO:
A forma como irão se distribuir corresponde a uma permutação entre eles, então:
$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ formas distintas.

PERMUTAÇÕES COM REPETIÇÃO

Os problemas de permutação de elementos onde um ou mais são repetidos nos agrupamentos, são classificados como permutações com repetição.
Se na permutação de n elementos, existirem alguns elementos que apareçam a vezes, b vezes, c vezes, ..., o número total destas permutações será obtido por:

$$P_n^{a,b,c,\ldots} = \frac{n!}{a!\,b!\,c!\ldots}$$

EXEMPLO:
Anagramas são o resultado de rearranjo das letras de uma palavra, ou seja, são os grupos de letras obtidos mudando as letras de lugar. Quantos anagramas tem a palavra CONCURSO?

SOLUÇÃO:
Letra O = aparece 2 vezes
Letra C = aparece 2 vezes
Logo:

$$P_8^{2,2} = \frac{8!}{2!\,2!} = \frac{8.7.6.5.4.3.2.1}{2.2} = 10.080$$

Resposta: 10080 anagramas.

EXEMPLO: Lançando-se uma moeda seis vezes, quantas sequências diferentes de resultados apresentam quatro caras e duas coroas?

SOLUÇÃO:
Alguns problemas podem ser resolvidos usando a permutação com repetição, criando um anagramas para representar a situação.
No caso desta questão, chamando cara e coroa de letras diferentes, como K e C, respectivamente, teremos o seguinte: KKKKCC.
O número de total sequencias é igual ao número de anagramas de KKKKCC, ou seja,

$$P_6^{4,2} = \frac{6!}{4!\,2!} = \frac{6.5.4!}{4!.2} = \frac{6.5}{2} = 15 \text{ seqüências}$$

PERMUTAÇÃO CIRCULAR

A permutação circular nada mais é do que permutar os elementos de um conjunto em torno de um referencial fixo. Normalmente são utilizadas nas questões mesas circulares, mas podem ser quadradas, pentagonais, hexagonais, etc. A permutação circular de n elementos é dada por:

$$PC_n = P_{n-1} = (n-1)!$$

EXEMPLO$_1$: De quantas maneiras distintas 4 pessoas podem sentar-se em uma mesa quadrada?

SOLUÇÃO:
Como já dissemos, para ocorrer uma permutação circular, não é preciso que seja em uma mesa redonda. Na mesa quadrada, também devemos fixar um dos quatro e permutar os outros três, logo

$PC_4 = P_{4-1} = (4-1)! = 3! = 3.2.1 = 6$ maneiras distintas

EXEMPLO$_2$:
Uma artesã produz colares de 6 contas e, para isso, dispõe de 6 cores diferentes. Quantos colares diferentes podem ser feitos usando 6 contas, todas de cores distintas?

SOLUÇÃO:
Para formar colares diferentes basta permutar as contas. Porém não se trata de uma permutação comum, trata-se de uma permutação circular. Logo, o número total de colares distintos que podem ser feitos usando 6 contas, todas de cores distintas é:

$PC_6 = P_{6-1} = (6-1)! = 5! = 5 . 4 . 3 . 2 . 1 =$ 120 colares distintos.

ARRANJOS

Arranjos Simples são agrupamentos formados com n elementos, (n>p) de forma que os n elementos sejam distintos entre si pela ordem ou pela espécie. O cálculo do arranjo simples é feito da seguinte forma:

$$\boxed{\mathbf{A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}}}$$

OBS: As questões de arranjo também podem ser calculadas utilizando-se o princípio fundamental da contagem. Este é o método que utilizaremos, para facilitar os cálculos.

EXEMPLO$_1$: Numa estrada de ferro há 10 estações. Quantos bilhetes deverão ser impressos, de modo que cada um deles contenha as estações de partida e de chegada?

SOLUÇÃO:
1º MÉTODO: Com a fórmula.

$$A_{10,2} = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10!}{8!} = \frac{10.9.8!}{8!} = 90 \text{ bilhetes}$$

2º MÉTODO: Sem fórmula (Princ. Fund. Da Contagem).
Sabendo que cada bilhete tem: chegada e saída, então teremos:

$$\underset{\text{saída}}{\underline{\ 10\ }} \cdot \underset{\text{chegada}}{\underline{\ 9\ }} = 90 \text{ bilhetes}$$

EXEMPLO$_2$: Quatro amigos vão ao cinema e escolhem, para sentar-se, uma fila em que há seis lugares disponíveis. De quantas maneiras possíveis eles poderão preencher esses 4 lugares?:

SOLUÇÃO:
1º MÉTODO: Com a fórmula.
Nesta questão temos 6 pessoas para 4 cadeiras, logo, como nesta questão importa a ordem, temos um arranjo de 6 posições tomadas 4 a 4, portanto

$$A_{6,4} = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = \frac{6.5.4.3.2!}{2!} = 360 \text{ maneiras}$$

2º MÉTODO: Sem fórmula (Princ. Fund. Da Contagem).
Poderemos fazer a questão como se fossem 6 pessoas para 4 lugares, pois o cálculo é o mesmo! Logo, teríamos:

$$\underline{\ 6\ } \cdot \underline{\ 5\ } \cdot \underline{\ 4\ } \cdot \underline{\ 3\ } = 360 \text{ maneiras}$$

COMBINAÇÕES

Combinação é o tipo de agrupamento em que um grupo é diferente do outro apenas pela natureza dos elementos componentes. Ou seja, a ordem da escolha não importa. O número de combinações de n elementos organizados em grupos de p elementos é dado por:

$$\boxed{\mathbf{C_{n,p} = \frac{n!}{p!\,(n-p)!}}}$$

EXEMPLO$_1$: Em um desfile de moda com 8 semi finalistas, o júri deve escolher 3 para serem as finalistas que concorrem ao título de rainha. De quantas maneiras diferentes podemos ter esse resultado?

SOLUÇÃO: Temos aqui uma combinação de 8 pessoas tomadas 3 a 3, pois será um conjunto de 3 pessoas , logo não importa a ordem, portanto:

$$C_{8,3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{3!\,5!} = \frac{8.7.6.5!}{3.2.5!} = 56 \text{ maneiras}$$

EXEMPLO$_2$: Uma empresa é formada por 6 sócios brasileiros e 4 japoneses. De quantos modos podemos formar uma diretoria de 5 sócios, sendo 3 brasileiros e 2 japoneses?

SOLUÇÃO:
Brasileiros:

$$C_{6,3} = \frac{6!}{3!\,3!} = \frac{6.5.4.3!}{3.2.3!} = 20$$

Japoneses:

$$C_{4,2} = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{4.3.2.1}{2.2} = 6$$

A diretoria deverá ter 3 brasileiros **(e)** 2 japoneses, portanto multiplica-se os resultados:
Resposta: 20 . 6 = 120 formas.

ARRANJO X COMBINAÇÃO:

Como no arranjo a ordem dos elementos de certo agrupamento importa, e na combinação a ordem dos elementos de certo agrupamento não importa, teremos sempre: $A_{n,p} \geq C_{n,p}$.

PROBABILIDADE

INTRODUÇÃO

A palavra probabilidade deriva do Latim *probare* (provar ou testar). Informalmente, provável é uma das muitas palavras utilizadas para eventos incertos ou conhecidos, sendo também substituída por algumas palavras como "sorte", "risco", "azar", "incerteza", "duvidoso", dependendo do contexto.

Tal como acontece com a teoria da mecânica, que atribui definições precisas a termos de uso diário, como trabalho e força, também a teoria das probabilidades tenta quantificar a noção de provável.

CONCEITO DE PROBABILIDADE

EXPERIMENTO ALEATÓRIO (EVENTO)

É aquele experimento que quando repetido em iguais condições, podem fornecer resultados diferentes, ou seja, são resultados explicados ao acaso. Quando se fala de tempo e possibilidades de ganho na loteria, a abordagem envolve cálculo de experimento aleatório.

ESPAÇO AMOSTRAL

É o conjunto de todos os **resultados possíveis** de um experimento aleatório. A letra que representa o espaço amostral, é S.

EXEMPLO: Lançando uma moeda e um dado, simultaneamente, sendo S o espaço amostral, constituído pelos 12 elementos:

S = {K1, K2, K3, K4, K5, K6, R1, R2, R3, R4, R5, R6}

PROBABILIDADE DE UM EVENTO

Dado um espaço amostral E, com n(E) elementos, e um evento A de E, com n(A) elementos, a probabilidade do evento A é o P(A) tal que:

$$\boxed{P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{\text{Nº de casos favoráveis}}{\text{Nº de casos possíveis}}}$$

RESUMINDO:

Chama-se **experimento aleatório** àquele cujo resultado é imprevisível, porém pertence necessariamente a um conjunto de resultados possíveis denominado **espaço amostral**.

Qualquer subconjunto desse espaço amostral é denominado **evento**.

Se este subconjunto possuir apenas um elemento, o denominamos evento elementar.

IMPORTANTE:

$$\begin{cases} 0 \leq P(A) \leq 1 \\ P(A) = 0 \Rightarrow \text{Evento impossível.} \\ P(A) = 1 \Rightarrow \text{Evento certo.} \end{cases}$$

EXEMPLO: Num baralho de 52 cartas, qual a probabilidade de retirarmos uma carta e sair uma dama?

SOLUÇÃO:
Num baralho de 52 cartas temos 4 damas (ouros, copas, paus e espadas). Logo:

n(A) = 4 e n(E) = 52

Com isso:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}.$$

PROB. DO EVENTO COMPLEMENTAR

Dois eventos são complementares quando a soma das probabilidades de cada um acontecer é igual a 1. Sejam:

A = evento de um espaço amostral U.
A' = evento complementar de A.

Então:

$$\boxed{P(A) + P(\bar{A}') = 1}$$

EXEMPLO: Uma urna contém 10 bolas numeradas de 1 a 10. Retira-se ao acaso, uma bola dessa urna. Qual a probabilidade do número obtido:
a) ser divisível por 3?
b) não ser divisível por 3?

SOLUÇÃO:
a) ser divisível por 3?

n(E) = 10
n(A) = 3 ➔ bolas de nº 3, 6 e 9.

Logo:

$$P(A) = \frac{3}{10} = 0{,}3 \text{ ou } 30\%$$

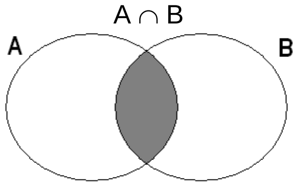
b) não ser divisível por 3?
Como este evento é complementar ao evento do item a, então:

P(A') = 1 – P(A)
P(A') = 1 – 0,3
P(A') = 0,7 ou 70%

PROB. DE 2 OU MAIS EVENTOS

PROBABILIDADE DA INTERSEÇÃO (A e B)

Sejam A e B dois eventos, a probabilidade de ocorrer os eventos A **e** B será dado por:

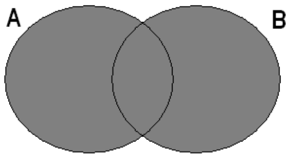


$$\boxed{P(A \text{ e } B) = P(A)\ .\ P(B)}$$

PROBABILIDADE DA UNIÃO (A ou B)

Sejam A e B dois eventos, a probabilidade de ocorrer os eventos A **ou** B será dado por:

$A \cup B$



$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\boxed{P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B) - P(A) \,.\, P(B)}$$

EXEMPLO: Se dois dados, azul e branco, forem lançados, qual a probabilidade de sair 5 no azul ou 3 no branco?

SOLUÇÃO:
Considerando os eventos:

A: Tirar 5 no dado azul e P(A) = 1/6

B: Tirar 3 no dado branco e P(B) = 1/6

Sendo E o espaço amostral de todos os possíveis resultados, temos:

n(E) = 6 . 6 = 36 possibilidades.

Daí, temos:

$$P(A \text{ ou } B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36}.$$

OBS: Se os eventos forem **mutuamente exclusivos**, ou seja, quando não há a possibilidade de ocorrência simultânea de ambos os eventos, a probabilidade de ocorrer A **ou** B será:

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

Dado que $P(A \cap B) = 0$ então:

PROBABILIDADE CONDICIONAL

Antes da realização de um experimento, é necessário que já tenha alguma informação sobre o evento que se deseja observar. Nesse caso, o espaço amostral se modifica e o evento tem a sua probabilidade de ocorrência alterada.

Com isso a probabilidade de ocorrer um evento B, já tendo ocorrido um evento A antes, será dada por:

$$\boxed{P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}$$

EXEMPLO: Uma urna tem 30 bolas, sendo 10 vermelhas e 20 azuis. Se ocorrer um sorteio de 2 bolas, uma de cada vez e sem reposição, qual será a probabilidade de a primeira ser vermelha e a segunda ser azul?

SOLUÇÃO:
Seja o espaço amostral E = 30 bolas. Considere os seguintes eventos:

A: vermelha na primeira retirada e P(A) = 10/30

B: azul na segunda retirada e P(B/A) = 20/29

Assim:

P(A e B) = P(A).P(B/A) = 10/30.20/29 = 20/87

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (CESPE) Considere que, em um edifício residencial, haja uma caixa de correspondência para cada um de seus 79 apartamentos e em cada uma delas tenha sido instalada uma fechadura eletrônica com código de 2 dígitos distintos, formados com os algarismos de 0 a 9. Então, de todos os códigos assim formados, 11 deles não precisaram ser utilizados.

02. (FCC) Teófilo foi a um caixa eletrônico retirar algum dinheiro e, no instante em que foi digitar a sua senha, não conseguiu lembrar de todos os quatro algarismos que a compunham. Ocorreu-lhe, então, que sua senha não tinha algarismos repetidos, era um número par e o algarismo inicial era 8. Quantas senhas poderiam ser obtidas a partir do que Teófilo lembrou?
a) 224 b) 210 c) 168
d) 144 e) 96

03. De um grupo de 8 pessoas serão escolhidos 3 para ser o gerente, o caixa e o vendedor de uma loja. De quantas maneiras pode ser feita essa escolha?
a) 24 b) 56
c) 336 d) 1444

04. Uma seleção possui 8 candidatos para 3 vagas de vendedor de uma loja. De quantas maneiras pode ser feita essa escolha?
a) 24 b) 56
c) 336 d) 1444

05. De um grupo de 8 matemáticos e 6 físicos de uma universidade, serão escolhidos três profissionais para representá-la em uma reunião, sendo 3 matemáticos ou 3 físicos. Quantos grupos diferentes poderão ser formados?
a) 20 b) 56
c) 76 d) 1120

06. A construtora Alfa possui 8 engenheiros e 6 arquitetos, dos quais serão escolhidos 3 engenheiros e 3 arquitetos para projetar o empreendimento Beta. Quantas equipes diferentes poderão ser formadas para esse empreendimento?
a) 20 b) 56
c) 76 d) 1120

07. Uma construtora possui 8 engenheiros e 6 arquitetos. Quantas equipes, com três profissionais, poderão ser formadas, de forma que figure nessa equipe pelo menos um engenheiro e pelo menos um arquiteto?
a) 560 b) 480
c) 364 d) 288

08. (CESGRANRIO) Um restaurante oferece cinco ingredientes para que o cliente escolha no mínimo 2 e no máximo 4 para serem acrescentados à salada verde. Seguindo esse critério, de quantos modos um cliente pode escolher os ingredientes que serão acrescentados em sua salada?
a) 25 b) 30 c) 36
d) 42 e) 50

09. (CESPE) Considere que se deseje formar 3 comissões distintas com os 15 representantes dos países do grupo dos megadiversos: uma comissão terá 9 membros e as outras duas, 3 membros cada uma. Supondo que cada país tenha um representante e que este atue somente em uma comissão, é correto concluir que existem mais de 100.000 maneiras distintas de se constituírem essas comissões.

10. O número de anagramas da palavra **ESCRIVÃO** que começam por vogal é:
a) 4! b) 4.7! c) 4.8!
d) 7! e) 8!

11. (FCC) A quantidade de números inteiros, positivos e ímpares, formados por três algarismos distintos, escolhidos dentre os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, é igual a:
a) 320 b) 332 c) 348
d) 360 e) 384

12. (CESGRANRIO) Um fiscal do Ministério do Trabalho faz uma visita mensal a cada uma das cinco empresas de construção civil existentes no município. Para evitar que os donos dessas empresas saibam quando o fiscal as inspecionará, ele varia a ordem de suas visitas. De quantas formas diferentes esse fiscal pode organizar o calendário de visita mensal a essas empresas?
a) 180 b) 120 c) 100
d) 150 e) 60

13. (CESPE) Um policial civil possui uma vestimenta na cor preta destinada às solenidades festivas, uma vestimenta com estampa de camuflagem, para operações nas florestas. Para o dia-a-dia, ele possui uma calça na cor preta, uma calça na cor cinza, uma camisa amarela, uma camisa branca e uma camisa preta. Nessa situação, se as vestimentas de ocasiões festivas, de camuflagem e do dia-a-dia não podem ser misturadas de forma alguma, então esse policial possui exatamente 7 maneiras diferentes de combinar suas roupas.

14. (ESAF) Uma empresa possui 20 funcionários, dos quais 10 são homens e 10 são mulheres. Desse modo, o número de comissões de 5 pessoas que se pode formar com 3 homens e 2 mulheres é:
a) 1650 b) 165 c) 5830
d) 5400 e) 5600

15. (CESPE) Considerando que as matrículas funcionais dos servidores de um tribunal sejam formadas por 5 algarismos e que o primeiro algarismo de todas a matrículas seja o 1 ou o 2, então a quantidade máxima de matrículas funcionais que poderão ser formadas é igual a:
a) 4×10^3 b) 1×10^4 c) 2×10^4
d) 2×10^5 e) 3×10^5

16. (UECE) Com um grupo de 15 pessoas, do qual fazem parte Lúcia e José, o número de comissões distintas que se podem formar com 5 membros, incluindo, necessariamente, Lúcia e José, é:
a) 3003 b) 792
c) 455 d) 286

17. (CESPE) Em um tribunal, o desembargador tem a sua disposição 10 juízes para distribuir 3 processos para julgamento: um da área trabalhista, outro da área cível e o terceiro da área penal. Nesse tribunal, todos os juízes têm competência para julgar qualquer um dos 3 processos, mas cada processo será distribuído para um único juiz, que julgará apenas esse processo. Nessa situação, o desembargador tem mais de 700 formas diferentes para distribuir os processos.

18. Escolhido ao acaso um elemento do conjunto de divisores positivos de 60, a probabilidade de que ele seja primo é:
a) 1/2 b) 1/3 c) 1/4
d) 1/5 e) 1/6

19. (CESPE) Uma empresa fornecedora de armas possui 6 modelos adequados para operações policiais e 2 modelos inadequados. Nesse caso, se a pessoa encarregada da compra de armas para uma unidade da polícia ignorar essa adequação e solicitar ao acaso a compra de uma das armas, então a probabilidade de ser adquirida uma arma inadequada é inferior a 1/2.

20. (CESGRANRIO) A probabilidade de um inteiro n, $1 \leq n \leq 999$, ser um múltiplo de 9 é:
a) 1/999 b) 1/10 c) 2/9
d) 1/3 e) 1/9

21. (CESGRANRIO) Em um lance com dois dados, a probabilidade de obtenção de soma de pontos menor ou igual a 5 vale:
a) 5/36 b) 1/6 c) 5/12
d) 1/3 e) 5/18

22. O senhor Otimista enviou 150 cartas para um concurso, no qual seria sorteada uma só carta de um total de 5500 cartas. A probabilidade dele uma das cartas do senhor Otimista ser sorteada é:

a) 3/55 b) 3/110 c) 1/5350
d) 1/5499 e) 1/5500

23. Ao se retirar uma carta de um baralho, qual a probabilidade de ocorrer uma dama ou um número par, sabendo que o baralho tem 52 cartas?

24. Um casal planeja ter três filhos. Qual a probabilidade de nascerem dois homens e uma mulher?

25. (CESPE) Suponha que as probabilidades de os planos P1 e P2, referidos no texto, terem 100% de suas metas atingidas sejam, respectivamente, iguais a 0,3 e 0,4, e que ambos estejam em andamento independentemente um do outro. Nesse caso, a probabilidade de pelo menos um desses planos ter suas metas plenamente atingidas é superior a 0,7.

26. (CESGRANRIO) Uma vila tem 60 moradores, 36 dos quais do sexo masculino. Duas pessoas são escolhidas aleatoriamente para representar a vila numa reunião com a prefeitura para discutir uma certa proposta. A probabilidade de que as duas pessoas indicadas sejam do sexo masculino é, aproximadamente, de:
a) 22,8% b) 25,0% c) 29,8%
d) 35,6% e) 38,0%

27. Uma urna contém 4 bolas brancas e 6 vermelhas. Uma bola é retirada e reposta na urna. Em seguida, uma segunda bola é retirada. Qual a probabilidade de as bolas retiradas serem brancas?

28. (FCC) A tabela abaixo apresenta dados parciais sobre a folha de pagamento de um Banco:

Faixa salarial, em reais	Número de empregados
300 – 500	52
500 – 700	30
700 – 900	25
900 – 1100	20
1100 – 1300	16
1300 – 1500	13
Total	156

Um desses empregados foi sorteado para receber um prêmio. A probabilidade desse empregado ter seu salário na faixa de R$ 300,00 a R$ 500,00 é:
a) 1/3 b) 2/5 c) 1/2
d) 3/5 e) 7/10

29. (ESAF) Carlos sabe que Ana e Beatriz estão viajando pela Europa. Com as informações que dispõe, ele estima corretamente que a probabilidade de Ana estar hoje em Paris é 3/7, que a probabilidade de Beatriz estar hoje em Paris é 2/7, e que a probabilidade de ambas, Ana e Beatriz, estarem hoje em Paris é 1/7. Carlos, então, recebe um telefonema de Ana informando que ela está hoje em Paris. Com a informação recebida pelo telefonema de Ana, Carlos agora estima corretamente que a probabilidade de Beatriz também estar hoje em Paris é igual a
a) 1/7 b) 1/3 c) 2/3
d) 5/7 e) 4/7

30. São lançadas 4 moedas distintas e não viciadas. Qual é a probabilidade de resultar exatamente 2 caras e 2 coroas?
a) 25% b) 37,5% c) 42%
d) 44,5% e) 50%

31. Qual a probabilidade de se obter um número divisível por 5, na escolha ao acaso de uma das permutações dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5?
a) 5 b) 1/5 c) 1
d) 4 e) 1/4

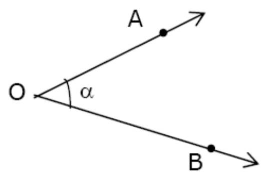
32. (ESAF) Em uma sala de aula estão 4 meninas e 6 meninos. Três das crianças são sorteadas para constituírem um grupo de dança. A probabilidade de as três crianças escolhidas serem do mesmo sexo é:
a) 0,10 b) 0,12 c) 0,15
d) 0,20 e) 0,24

CAPÍTULO 11
GEOMETRIA BÁSICA

ÂNGULOS

DEFINIÇÃO

Ângulo é o nome que se dá à abertura formada por duas semirretas que partem de um mesmo ponto.

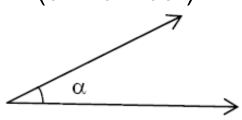


Indica-se por: AÔB ou α.

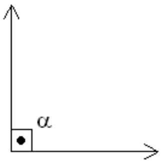
Em que:
$\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ são os lados do ângulo;
O é o vértice do ângulo.

CLASSIFICAÇÃO

Ângulo agudo:
É aquele cuja medida é menor que a de um ângulo reto:
(0º < α < 90º).

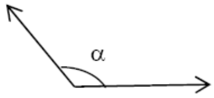


Ângulo reto:
É aquele cuja medida é igual a 90º.

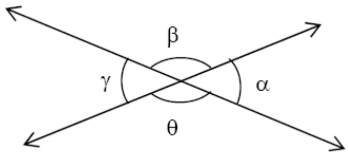


Ângulo obtuso:

É aquele cuja medida é maior que a de um ângulo reto e menor que a de um raso (90º < α < 180º).



Ângulos opostos pelo vértice:

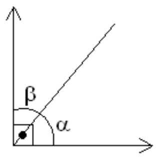


α e γ são opostos pelo vértice.
θ e β são opostos pelo vértice.

→ Dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais, ou seja, são congruentes.

Ângulos complementares:

São ângulos cuja soma é igual a 90º.

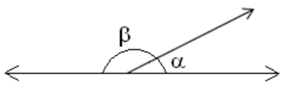


$\alpha + \beta = 90^\circ$

O complemento de um ângulo: 90º – x

Ângulos suplementares:

São ângulos cuja soma é igual a 180º.

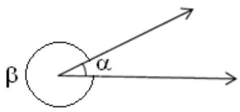


$\alpha + \beta = 180^\circ$

O suplemento de um ângulo: 180º – x

Ângulos replementares:

São ângulos cuja soma é igual a 360º.

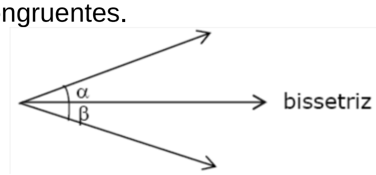


$\alpha + \beta = 360^\circ$

O replemento de um ângulo: 360º – x

BISSETRIZ DE UM ÂNGULO

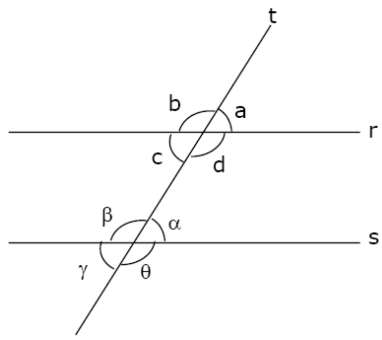
Bissetriz de um ângulo é uma semirreta de origem no vértice do ângulo que o divide em dois ângulos congruentes.



$\alpha = \beta$

ÂNGULOS NAS PARALELAS

Duas retas paralelas r e s, interceptadas por uma transversal, determinam oito ângulos, assim denominados:



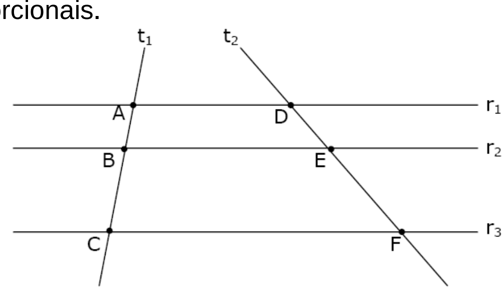
- ângulos correspondentes: *a* e α, *b* e β, *c* e γ, *d* e θ;
- ângulos alternos internos: *c* e α, *d* e β;
- ângulos alternos externos: *a* e γ, *b* e θ;
- ângulos colaterais internos: *c* e β, *d* e α;
- ângulos colaterais externos: *a* e θ, *b* e γ;

PROPRIEDADES:

→ Ângulos *alternos internos* são congruentes.
→ Ângulos *alternos externos* são congruentes.
→ Ângulos *correspondentes* são congruentes.
→ Ângulos *colaterais internos* são suplementares.
→ Ângulos *colaterais externos* são suplementares.

TEOREMA DE TALES

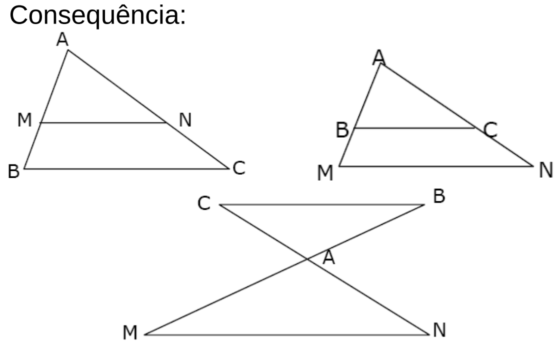
Um feixe de paralelas determina, em duas transversais quaisquer, segmentos que são proporcionais.



Com isso, teremos:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$$

→ Consequência:

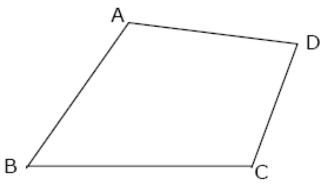


Considerando que MN é paralelo a BC, então temos:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

POLÍGONOS

Seja o polígono da figura:



Temos que:

A, B, C e D são os *vértices* do polígono.

AB, BC, CD e DA são os *lados* do polígono.

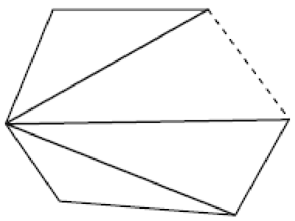
OBS: Num polígono regular, o número de lados é igual ao número de vértices.

ALGUNS POLÍGONOS CONVEXOS:

triângulo – 3 lados	quadrilátero – 4 lados
pentágono – 5 lados	hexágono – 6 lados
heptágono – 7 lados	octógono – 8 lados
eneágono – 9 lados	decágono – 10 lados
pentadecágono – 15 lados	icoságono – 20 lados

NÚMERO DE DIAGONAIS DE UM POLÍGONO

O número de diagonais ***d*** de um polígono de ***n*** lados é dado por:

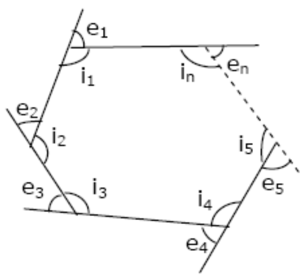


$$d=\frac{n(n-3)}{2}$$

Obs: Existirão diagonais que passam pelo centro do polígono apenas se este possuir num número par de vértices (lados). Calculamos o número de diagonais que passam pelo centro (d_c) da seguinte forma:

$$\boxed{d_c=\frac{n}{2}}$$

SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS E EXTERNOS



Soma dos ângulos internos de um polígono:

$$\boxed{S_i = i_1 + i_2 + \ldots + i_n = (n-2)\ .\ 180^\circ}$$

Soma dos ângulos externos de um polígono:

$$\boxed{S_e = e_1 + e_2 + \ldots + e_n = 360^\circ}$$

OBS: Se o *polígono* for *regular*, ele tem todos os lados e os ângulos congruentes, logo:

1) ângulo interno de um polígono de n lados:

$$a_i=\frac{S_i}{n}$$

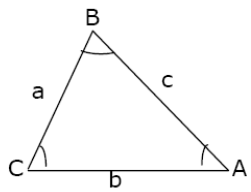
2) ângulo externo de um polígono de n lados:

$$a_e=\frac{360^\circ}{n}$$

TRIÂNGULOS

ELEMENTOS

Lados: a, b, c.
Vértices: A, B, C.
Ângulos: $\hat{A},\hat{B},\hat{C}$.



PROPIEDADES

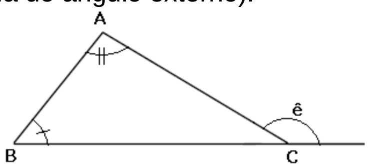
1) Em todo triângulo, cada lado é menor que a soma e maior que a diferença dos outros dois lados.

$$\boxed{\begin{array}{l} |b-c| < a < b+c \\ |a-c| < b < a+c \\ |a-b| < c < a+b \end{array}}$$

2) A soma dos ângulos internos, em qualquer triângulo, é igual a 180º.

$$\boxed{\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ}$$

3) Em todo triângulo, qualquer ângulo externo é igual à soma dos dois ângulos internos não adjacentes a ele (Teorema do ângulo externo).

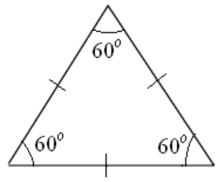


$$\boxed{\hat{e}=\hat{A}+\hat{B}}$$

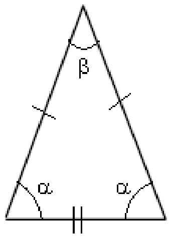
CLASSIFICAÇÃO

→ ***Equilátero***:

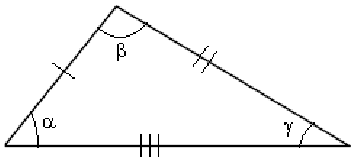
Tem os três lados iguais e os três ângulos iguais (60º).



→ ***Isósceles***:
Tem dois lados iguais e dois ângulos iguais.

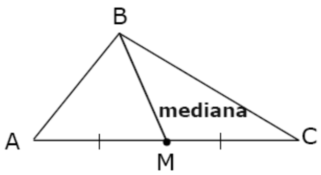


→ ***Escaleno***:
Os três lados são diferentes e também os três ângulos.

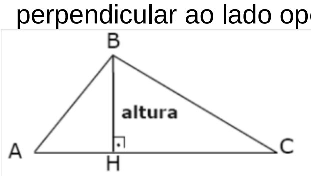


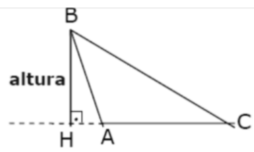
SEGMENTOS NOTÁVEIS

→ ***Mediana:***
É o segmento que une um vértice ao ponto médio do lado oposto.



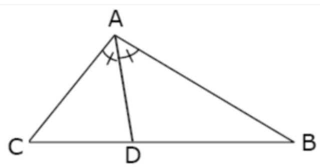
→ ***Altura:***
É o segmento que parte de um vértice e é perpendicular ao lado oposto.





→ ***Bissetriz:***

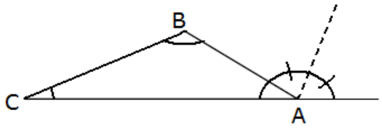
Bissetriz interna: A bissetriz interna do ângulo Â divide este ângulo em duas partes iguais e intercepta o lado oposto no ponto D. O segmento AD denomina-se *bissetriz interna* relativa ao vértice A.



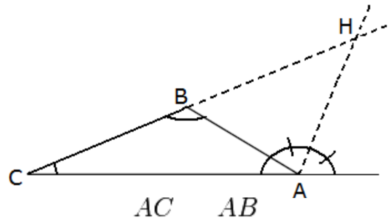
Teorema da bissetriz interna: a bissetriz do ângulo interno de um triângulo determina sobre o lado oposto dois segmentos proporcionais aos outros dois lados.

Da figura acima, temos: $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$.

Bissetriz externa: é a bissetriz do ângulo formado por uma semirreta que compõe o ângulo e pela semirreta oposta à outra semirreta, ou em outras palavras, é a bissetriz do ângulo suplementar a este.



Teorema da bissetriz externa: tendo um triângulo ABC, partindo uma bissetriz externa de A, e sendo H a intersecção entre a bissetriz e a reta do lado BC, tem-se que:

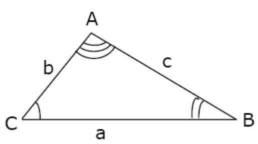


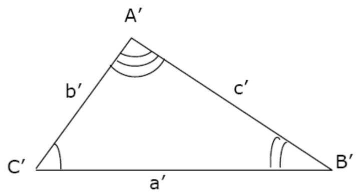
$$\frac{AC}{CH} = \frac{AB}{BH}$$

OBS: Todo triângulo possui uma mediana, uma altura e uma bissetriz relativa a cada lado. O encontro das medianas chama-se *baricentro*, o encontro das alturas chama-se *ortocentro* e o encontro das bissetrizes chama-se *incentro*.

SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Dados dois triângulos ABC e A'B'C':





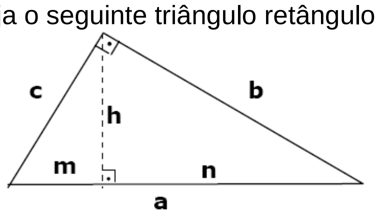
eles serão ditos semelhantes, se:

1) Os ângulos correspondentes forem congruentes
$(\hat{A} = \hat{A}' ; \hat{B} = \hat{B}' ; \hat{C} = \hat{C}')$

2) Os lados correspondentes forem proporcionais
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

RELAÇÕES MÉTRICAS EM TRIÂNGULOS

Seja o seguinte triângulo retângulo:



a – hipotenusa.
b e **c** – catetos.
h – altura relativa a hipotenusa.
m e **n** – projeções dos catetos sobre a hipotenusa.

→ **Relações métricas:**

$\boxed{a.h = b.c}$ $\boxed{c^2 = a.m}$

$\boxed{h^2 = m.n}$ $\boxed{b^2 = a.n}$

→ **Teorema de Pitágoras:**

$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

Propriedade: A mediana relativa à hipotenusa mede a metade da hipotenusa.

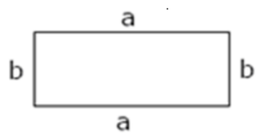
Md = hipotenusa / 2

PERÍMETRO

Perímetro nada mais é do que a soma dos lados de uma figura plana fechada qualquer. As principais figuras planas têm os seguintes perímetros:

1) triângulo equilátero = 3L
2) quadrado = 4L
3) Pentágono = 5L

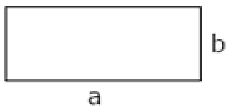
O perímetro pode ser calculado para qualquer figura plana, e não somente para os polígonos regulares. Para o retângulo, por exemplo, teremos:



Perímetro = 2a + 2b

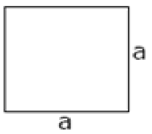
ÁREAS DAS FIGURAS PLANAS

Retângulo:



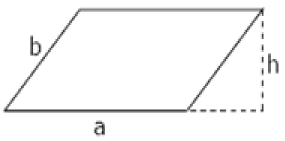
área = a . b

Quadrado:



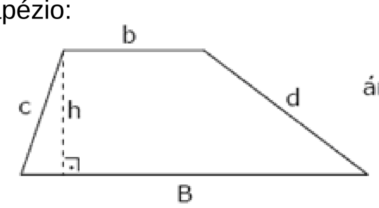
área = a^2

Paralelogramo:



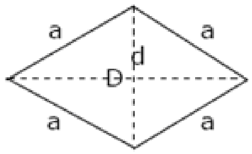
área = base x altura = a x h

Trapézio:



área = $\frac{(B + b).h}{2}$

Losango:

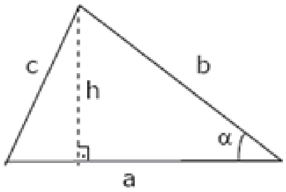


área = $\frac{D . d}{2}$

d = diagonal menor

D = diagonal maior

Triângulo:

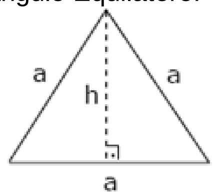


área = $\frac{\text{base x altura}}{2} = \frac{a \times h}{2}$

ou

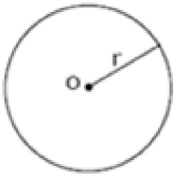
área = $\frac{a.b.\text{sen}\alpha}{2}$

Triângulo Equilátero:



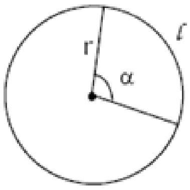
$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ e área $= \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Área do Círculo:



área = $\pi . r^2$

Setor Circular:



área = $\frac{\alpha\pi r^2}{360^o}$

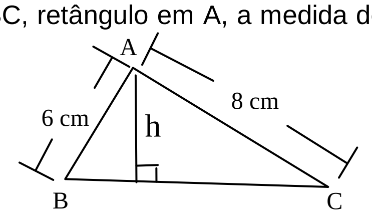
EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (ESAF) Sejam X, Y e Z três pontos distintos de uma reta. O segmento XY é igual ao triplo do segmento YZ. O segmento XZ mede 32 centímetros. Desse modo, uma das possíveis medidas do segmento XY, em centímetros, é igual a:

a) 27 b) 48 c) 35
d) 63 e) 72

02. No triângulo ABC, retângulo em A, a medida de **h** é:

a) 7 cm
b) 3 cm
c) 4 cm
d) 4,8 cm
e) 5,2 cm



03. (ESAF) Em um triângulo retângulo, um dos catetos forma com a hipotenusa um ângulo de 45º. Sendo a área do triângulo igual a 8 cm^2, então a soma das medidas dos catetos é igual a:

a) 8 cm^2 d) 16 cm^2
b) 16 cm e) 8 cm
c) 4 cm

04. (ESAF) Em um triângulo equilátero de lado igual a 12 cm, traça-se um segmento $\overline{XY}$ paralelo ao lado $\overline{BC}$ de modo que o triângulo fique decomposto em um trapézio e em um novo triângulo. Sabendo-se que o perímetro do trapézio é igual ao perímetro do novo triângulo, então o comprimento do segmento de reta $\overline{XY}$, em centímetros, vale
a) 5 c) 9 b) 6
d) 10 e) 12

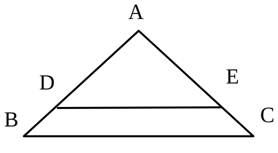
05. (ESAF) O ângulo A de um triângulo qualquer ABC mede 76°. Assim, o menor ângulo formado pelas bissetrizes externas relativas aos vértices B e C deste triângulo vale:
a) 50° b) 52° c) 56°
d) 64° e) 128°

06. (ESAF) Os catetos de um triângulo retângulo medem, respectivamente, x e (y-2). Sabendo que a tangente trigonométrica do ângulo oposto ao cateto que mede x é igual a 1, então o perímetro do triângulo é igual a
a) $2y(x+1)$ b) $y(2+2\sqrt{2})$ c) $x(2+\sqrt{2})$
d) $2(x+y)$ e) x^2+y^2

07. (ESAF) Os catetos de um triângulo retângulo medem, respectivamente, A+X e A+Y, onde A, X e Y são números reais. Sabendo que o ângulo oposto ao cateto que mede A+X é igual a 45º, segue-se que:
a) $Y = -2X$ b) $Y = (3^{1/2})/2 \cdot X$
c) $Y = 3^{1/2} \cdot X$ d) $Y = X$
e) $Y = 2X$

08. (ESAF) Um feixe de 4 retas paralelas determina sobre uma reta transversal, A, segmentos que medem 2 cm, 10 cm e 18 cm, respectivamente. Esse mesmo feixe de retas paralelas determina sobre uma reta transversal, B, outros três segmentos. Sabe-se que o segmento da transversal B, compreendido entre a primeira e a quarta paralela, mede 90 cm. Desse modo, as medidas, em centímetros, dos segmentos sobre a transversal B são iguais a:
a) 6, 30 e 54 b) 6, 34 e 50 c) 10, 30 e 50
d) 14, 26 e 50 e) 14, 20 e 56

09. No triângulo da figura abaixo, as dimensões são: $\overline{AB}$=10m; $\overline{AC}$ = 12 m; $\overline{BC}$= 18 m. Sabendo-se que $\overline{AD}$= 8m e $\overline{DE}//\overline{BC}$, qual o comprimento de $\overline{DE}$?
a) 7,2 m
b) 14,4 m
c) 7,8 m
d) 15,6 m
e) 9,8 m



10. (ESAF) Um trapézio ABCD, com altura igual a h, possui bases AB = a e CD = b, com a > b. As diagonais deste trapézio determinam quatro triângulos. A diferença entre as áreas dos triângulos que têm por bases AB e CD respectivamente e por vértices opostos a interseção das diagonais do trapézio é igual a:
a) (a + b)/2 b) (a + b).h/2 c) (a - b).h/2
d) (a - b)/2 e) (b -a).h/2

11. (ESAF) Um trapézio ABCD possui base maior igual a 20 cm, base menor igual a 8 cm e altura igual a 15 cm. Assim, a altura, em cm, do triângulo limitado pela base menor e o prolongamento dos lados não paralelos do trapézio é igual a:
a) 10 b) 5 c) 7
d) 17 e) 12

14. (ESAF) Se o raio de uma circunferência tiver um acréscimo de 50%, então o acréscimo percentual em seu comprimento será igual a:
a) 25% b) 50% c) 75%
d) 80% e) 85%

15. (ESAF) As rodas de um automóvel têm 40 cm de raio. Sabendo-se que cada roda deu 20.000 voltas, então a distância percorrida pelo automóvel, em quilômetros (Km), foi de:
a) 16 Km d) $1,6 \cdot 10^3\pi$ Km
b) $16\,\pi$ Km e) $1,6 \cdot 10^3\pi^2$ Km
c) $16\,\pi^2$ Km

16. Quantas diagonais há no polígono regular, cuja medida do ângulo externo é 45°:
a) 10 b) 15
c) 20 d) 25

17. O ângulo interno de um octógono regular mede:
a) 120° b) 150°
c) 135° d) 144°

18. (ESAF) Um hexágono é regular quando, unindo-se seu centro a cada um de seus vértices, obtém-se seis triângulos equiláteros. Desse modo, se o lado de um dos triângulos assim obtidos é igual a $\sqrt{3}/2$ m, então a área, em metros, do hexágono é igual a:
a) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ b) $\frac{7}{\sqrt{3}}$ c) $2\sqrt{3}$
d) $3\sqrt{3}$ e) $\frac{3}{\sqrt{3}}$

19. Uma pizzaria está com a seguinte promoção: duas pizzas médias, com diâmetro de 30 cm, custa o mesmo preço de uma pizza grande de 43 cm de diâmetro. Sabendo que as pizzas de maior área rende mais, qual a área da pizza de melhor opção nesta promoção?
a) 255π cm^2 b) 340π cm^2 c) 450π cm^2
d) 462,25π cm^2 e) 487,13π cm^2

CAPÍTULO 12

NOÇÕES DE ESTATÍSTICA

ESTATÍSTICA DESCRITIVA

A estatística é uma ciência que se dedica à coleta, análise e interpretação de dados. Preocupa-se com os métodos de recolha, organização, resumo, apresentação e interpretação dos dados, assim como tirar conclusões sobre as características das fontes donde estes foram retirados, para melhor compreender as situações.

Algumas práticas estatísticas incluem, por exemplo, o planejamento, a sumarização e a interpretação de observações. Dado que o objetivo da estatística é a produção da melhor informação possível a partir dos dados disponíveis, alguns autores sugerem que a estatística é um ramo da teoria da decisão.

Devido às suas raízes empíricas e seu foco em aplicações, a estatística geralmente é considerada uma disciplina distinta da matemática, e não um ramo dela.

SÉRIES ESTATÍSTICAS

1) TABELAS

A tabela é um quadro que resume um conjunto de observações. Compõe-se de:
a) Corpo: linhas e colunas que contém os valores das variáveis em estudo.
b) Cabeçalho: parte superior que especifica o conteúdo das colunas.
c) Coluna indicadora: coluna que indica o conteúdo das linhas.
d) Casa ou célula: espaço destinado a uma só informação.
e) Título: conjunto de informações sobre a tabela (*O quê? Quando? Onde?*) localizada no topo da tabela.
EXEMPLO:

PRODUÇÃO DE CAFÉ
BRASIL

Anos	Produção (1000 ton)
1991	1221
1992	2234
1993	1254
1994	1445
1995	1112

FONTE: IBGE.

Normas para células:
1) usar um traço horizontal (—) quando o valor é nulo quanto à natureza das coisas ou resultado do inquérito.
2) três pontos (...) quando não temos dados.
3) um ponto de interrogação (?) quando temos dúvida quanto à exatidão do valor.
4) zero (0; 0,0; 0,00) quando o valor é muito pequeno para ser expresso pela grandeza utilizada.

2) CLASSIFICAÇÃO DAS SÉRIES ESTATÍSTICAS:

2.1 Séries históricas, cronológicas, temporais ou marchas

Descrevem os valores da variável, em determinado local, discriminados segundo intervalos de tempo variáveis.

2.2 Séries geográficas, espaciais, territoriais ou de localização

Descrevem os valores da variável, em determinado instante, discriminados segundo regiões.

2.3 Séries específicas ou categóricas

Descrevem os valores da variável, em determinado tempo e local, discriminando segundo especificações ou categorias.

2.4 Séries conjugadas – tabela de dupla entrada

Constituem-se da conjugação de uma ou mais séries.
EXEMPLO: Podemos ter a conjugação de uma série geográfica com uma série histórica.

3) DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA

São dados agrupados de acordo com intervalos de valores das variáveis.
EXEMPLO:

ESTATURA DE 100 ALUNOS
DA ESCOLA X – 2006

Estaturas (cm)	Núm. de alunos
140 ⊢ 145	2
145 ⊢ 150	5
150 ⊢ 155	11
155 ⊢ 160	39
160 ⊢ 165	32
165 ⊢ 170	10
170 ⊢ 175	1
Total	100

FONTE: dados fictícios.

GRÁFICOS ESTATÍSTICOS:

O gráfico estatístico é uma forma de apresentação dos dados estatísticos cujo objetivo é o de produzir uma impressão mais rápida e viva do fenômeno em estudo.

A seguir são apresentados vários tipos de gráficos baseados na mesma série estatística apresentada na tabela abaixo.

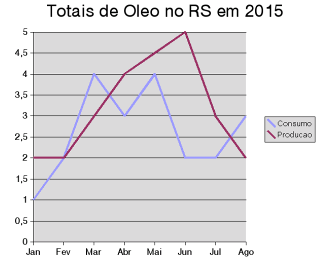
Totais de Óleo no RS em 2015

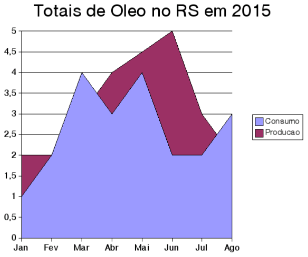
Meses	Consumo	Produção
Jan	1	2
Fev	2	2
Mar	4	3
Abr	3	4
Mai	4	4,5
Jun	2	5
Jul	2	3
Ago	3	2

FONTE: DADOS FICTÍCIOS.

a) Gráficos em linha ou curva

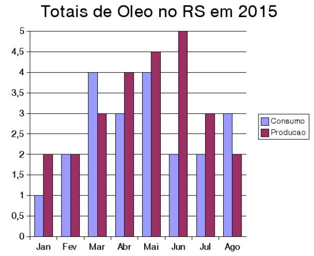
Este tipo de gráfico usa uma linha poligonal para representar a série estatística. Para ficar mais claro pode ser hachurado (preenchido).

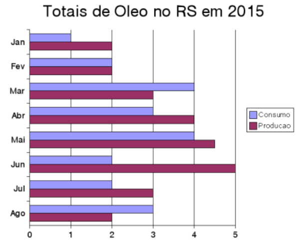




b) Gráficos em colunas ou em barras

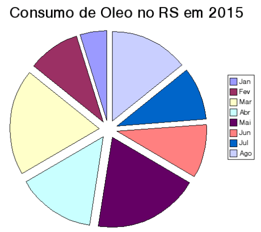
Este tipo de gráfico usa colunas para representar a série estatística. Podem ser verticais ou horizontais e conter barras múltiplas.

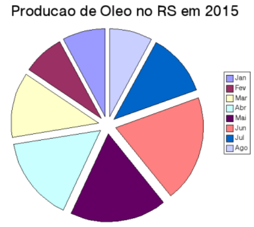




c) Gráfico em setores

É o tipo de gráfico construído com base num círculo. É útil para representar frações em relação ao total.





DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA

1) TABELA PRIMITIVA E ROL

A tabela em que os elementos não foram organizados numericamente chama-se tabela primitiva. Por exemplo, considere o levantamento de dados da estatura de 40 alunos da escola A (variável x), cujos resultados, em centímetros, mostrados na tabela a seguir, estão colocados na sequência como foram obtidos.

Estatura de 40 Alunos da Escola A (cm)
166 160 161 150 162 160 165 167 164 160
162 161 168 163 156 173 160 155 164 168
155 152 163 160 155 155 169 151 170 164
154 161 156 172 153 157 156 158 158 161

O primeiro passo para a organização dos dados é ordená-los de forma crescente ou decrescente. A tabela assim organizada recebe o nome de rol.

Estatura de 40 Alunos da Escola A (cm)
150 154 155 157 160 161 162 164 166 169
151 155 156 158 160 161 162 164 167 170
152 155 156 158 160 161 163 164 168 172
153 155 156 160 160 161 163 165 168 173

A simples organização dos dados em um rol de ordem crescente já permite determinar diretamente o menor valor (x = 150 cm), o maior valor (x = 173 cm), o valor que mais ocorre (x = 160 cm), e a amplitude da variação (a distância entre o maior e o menor, Δx = 173-150 = 23 cm).

2) DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA

Uma maneira mais concisa de mostrar os dados do rol é apresentar cada um seguido pelo número de vezes que ocorre, ao invés de repeti-los. O número de ocorrências de um determinado valor recebe o nome de frequência. Por exemplo, a estatura de 155 cm ocorre 4 vezes que se escreve f(155) = 4; a estatura de 150 ocorre 1 vez ou f(150) = 1.

A tabela que contém todos os valores com a sua frequência recebe o nome de distribuição de frequência, que pode se dividir em:

• Distribuição de frequência SEM INTERVALOS DE CLASSE:

É a simples condensação dos dados conforme as repetições de seu valores. Para um ROL de tamanho razoável esta distribuição de frequência é inconveniente, já que exige muito espaço. Veja abaixo uma distribuição de frequência (sem intervalos de classe) construída a partir do rol anterior (separada em 3 partes):

Estat.	Freq.
150	1
151	1
152	1
153	1
154	1
155	4
156	3
157	1

Estat.	Freq.
158	2
160	5
161	4
162	2
163	2
164	3
165	1
166	1

Estat.	Freq.
167	1
168	2
169	1
170	1
172	1
173	1
Total	40

• Distribuição de frequência COM INTERVALOS DE CLASSE:

O processo anterior exige muito espaço em especial quando o número de valores da variável (n) aumenta. O mais razoável nestes casos, em especial quando a variável é contínua, é agrupar os valores por intervalos. Deste modo, ao invés de listar cada um dos valores que ocorrem, listam-se os intervalos de valores e a frequência correspondente, isto é, ao invés de colocar 1 aluno com 150 cm, 1 aluno com 151 cm, etc., coloca-se 4 alunos entre 150 e 154 cm. Este intervalo é escrito como 150|---154 que corresponde a $150 \leq x < 154$ (a variável pode estar desde 150 inclusive até 154 exclusive), portanto valores 150, 150.1, 151, 152, 153, 153.5, 153.99 estariam neste intervalo, mas 154 não. Definindo o rol de acordo com intervalos, tem-se a seguinte tabela:

Estatura de 40 Alunos do Colégio A

Estaturas (cm)	Frequência
$150 \vdash 154$	4
$154 \vdash 158$	9
$158 \vdash 162$	11
$162 \vdash 166$	8
$166 \vdash 170$	5
$170 \vdash 174$	3
Total	40

Procedendo desta forma perde-se a informação detalhada das estaturas, mas ganha-se em simplicidade, pois a análise dos dados fica simplificada. Examinando a tabela acima, podemos facilmente verificar que a maioria dos alunos tem estaturas entre 154 e 166 cm e que uma minoria é menor que 154 cm ou maior que 170. Esta análise não é imediata da tabela em que todos os valores são listados. Por outro lado, se desejarmos saber quantos alunos tem 150 cm de altura, esta informação não estará disponível pois somamos os alunos de 150, 151, 152 e 153 cm numa única classe da distribuição de frequência.

Frequentemente procedemos desta forma numa análise estatística, pois o objetivo da estatística é justamente fazer o apanhado geral das características de um conjunto de dados, desinteressando-se por casos particulares.

3) ELEMENTOS DE UMA DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA (com intervalos de classe)

CLASSE: são os intervalos de variação da variável e é simbolizada por i e o número total de classes simbolizada por k.
Ex: na tabela anterior k = 6 e 158|---162 é a 3ª classe, onde i = 3.

LIMITES DE CLASSE: são os extremos de cada classe. O menor número é o limite inferior de classe (li) e o maior número, limite superior de classe (Li).
Ex: em 158 |--- 162, $l_3 = 158$ e $L_3 = 162$. O símbolo |--- representa "um intervalo fechado à esquerda e aberto à direita". O dado 162 do ROL não pertence a classe 3 e sim a classe 4 representada por 162|---166.

AMPLITUDE DO INTERVALO DE CLASSE: também chamado simplesmente de intervalo de classe, é obtida através da diferença entre o limite superior e inferior da classe e é simbolizada por $\mathbf{h_i = L_i - l_i}$.
Ex: na tabela anterior $h_2 = 162 – 158 = 4$.
Obs.: Na distribuição de frequência c/ classe o "h_i será igual em todas as classes".

AMPLITUDE TOTAL DA DISTRIBUIÇÃO: é a diferença entre o limite superior da última classe e o limite inferior da primeira classe. $\mathbf{A_T = L_{max} - l_{min}}$.
Ex: na tabela anterior AT = 174 – 150 = 24.

AMPLITUDE TOTAL DA AMOSTRA (ROL): ou Amplitude Amostral (AA), é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo da amostra (ROL). Onde $\mathbf{A_A = X_{max} – X_{min}}$. Em nosso exemplo AA = 173 - 150 = 23.
Obs.: A_T sempre será maior que A_A.

PONTO MÉDIO DE CLASSE: é o ponto que divide o intervalo de classe em duas partes iguais.
Ex: em 158|---162 o ponto médio $x_3 = (158 + 162)/2 = 160$, ou seja $\mathbf{x_3=(l_3 + L_3)/2}$.

FREQUÊNCIA SIMPLES OU ABSOLUTA: A frequência simples ou frequência absoluta ou simplesmente frequência de uma classe ou de um valor individual é o número de vezes que o valor ocorre numa amostra. A frequência da classe i é representada por f_i. Assim, no exemplo temos

$$f_1 = 4;\ f_2 = 9;\ f_3 = 11;\ f_4 = 8;\ f_5 = 5;\ f_6 = 3:$$

A soma de todas as frequências é representada pelo símbolo de somatório (Σ). $\sum_{i=1}^{k} f_i$ significa a soma dos f_i (frequências absolutas), sendo que i vai desde 1 até k. Pode-se entender que a soma de todas as frequências é igual ao número total de valores na amostra:

$$\sum_{i=1}^{k} f_i = n.$$

No nosso exemplo, escrever $\sum_{i=1}^{6} f_i$. É como escrever $f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6$, ou seja:

$$\sum_{i=1}^{6} f_i = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 =$$

$$= 4 + 9 + 11 + 8 + 5 + 3 = 40.$$

4) TIPOS DE FREQUÊNCIAS

a) Frequências Simples ou Absoluta:

Frequências simples ou absoluta (f_i) são os valores que diretamente representam o número de dados de cada classe. A soma de todas as ocorrências em cada classe é igual ao número total de dados:

$$\sum_{i=1}^{k} f_i = n.$$

b) Frequências Relativas:

Frequências relativas (f_{ri}) são as razões entre as frequências simples (f_i) e a frequência total (n):

$$fr_i = \frac{f_i}{\sum f_i} = \frac{f_i}{n}.$$

A frequência relativa de uma classe mostra a parcela que aquela classe representa da amostra. Assim, a frequência relativa da terceira classe do nosso exemplo é:

$$fr_3 = \frac{f_3}{\sum f_i} = \frac{11}{40} = 0.275,$$

então a terceira classe corresponde a uma fração de 0.275 do total ou 27.5 %.

c) Frequência Acumulada:

Frequência acumulada (F_i) é a soma das frequências simples de todas as classes com intervalos inferiores a um determinada classe:

$$F_j = \sum_{i=1}^{j} f_i = f_1 + f_2 + \ldots + f_j.$$

Assim, ainda no exemplo dos alunos, a frequência acumulada correspondente à terceira classe é

$$F_3 = \sum_{i=1}^{3} f_i = f_1 + f_2 + f_3 = 4 + 9 + 11 = 24,$$

que significa que existem 24 alunos com estatura inferior a 162 cm (limite superior da terceira classe.)

d) Frequência Acumulada Relativa:

Frequência acumulada relativa (F_{ri}) é a frequência acumulada da classe dividida pela frequência total da distribuição:

$$Fr_i = \frac{F_i}{\sum f_i} = \frac{F_i}{n}.$$

Logo, para a terceira classe, temos:

$$Fr_3 = \frac{F_3}{n} = \frac{24}{40} = 0.6$$

que significa que a fração de 0.6 alunos (ou 60%) tem estaturas inferiores à 162 cm (limite superior da terceira classe.)

A tabela completa do nosso exemplo fica assim:

Estatura de 40 Alunos do Colégio A

i	Estaturas (cm)	x_i	f_i	fr_i	F_i	Fr_i
1	150 ⊢ 154	152	4	0.100	4	0.100
2	154 ⊢ 158	156	9	0.225	13	0.325
3	158 ⊢ 162	160	11	0.275	24	0.600
4	162 ⊢ 166	164	8	0.200	32	0.800
5	166 ⊢ 170	168	5	0.125	37	0.925
6	170 ⊢ 174	172	3	0.075	40	1.000
			$\sum f_i = 40$	$\sum fr_i = 1$		

Examinando a tabela, vemos por exemplo que a terceira classe corresponde a maior fração de alunos (f_{r3} = 0:275), isto é, a maioria dos alunos tem estatura entre 158cm (inclusive) e 162 cm (exclusive). Também é possível ver que 80% dos alunos têm estatura inferior a 166 cm pois a frequência acumulada até a quarta classe (L_4 = 166) é 0.800 que corresponde a 80%.

MEDIDAS DE POSIÇÃO

1) MÉDIA ARITMÉTICA:

A média aritmética, simbolizada por $\bar{x}$, é o quociente entre a soma dos valores de uma variável pelo número de valores.

Média simples – dados não agrupados:

Quando desejamos conhecer a média dos dados não agrupados em tabelas de frequências, determinamos a média aritmética simples, que é calculada somando-se os elementos e dividindo o resultado pela quantidade de elementos.

EXEMPLO: Sabendo-se que a venda diária de arroz tipo A, foi de 10, 14, 13, 15, 16, 18 e 12 kilos, de segunda-feira a sexta-feira, respectivamente, temos que a venda média diária na semana foi de:

$\bar{x}$ = (10+14+13+15+16+18+12)/7 = 14 kilos

Média ponderada – dados agrupados:

A média ponderada é aplicada quando os dados já estão agrupados. Neste caso, a média é calculada somando-se os produtos dos valores dos elementos pelas suas respectivas quantidades (frequências), e dividindo-se este resultado pela soma das quantidades.

EXEMPLO: Considere a tabela abaixo, que mostra as notas dos alunos de uma dada turma e a quantidade de alunos que obtiveram cada nota (frequência - f_i):

Nota na prova	0	1	2	3	4	
f_i	2	6	10	12	4	$\sum = 34$

A média da turma vale:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 0 + 6 \cdot 1 + 10 \cdot 2 + 12 \cdot 3 + 4 \cdot 4}{34} =$$

$$= \frac{78}{34} = 2.29.$$

2) MODA (MO):

A moda (Mo) é o valor que ocorre com mais frequência na distribuição.

a) A Moda quando os dados não estão agrupados:

A moda é facilmente reconhecida: basta, de acordo com definição, procurar o valor que mais se repete.

Ex: Na série { 7 , 8 , 9 , <u>10</u> , <u>10</u> , <u>10</u> , 11 , 12 } a moda é igual a **10.**

Obs.: Distribuição modal é aquela que possui uma só moda.

xi = (100; 90; 110; 100; 100; 2500) ➔ Mo = 100.

Distribuição bimodal: possui duas modas.

xi = (100; 200; 100; 100; 150; 210; 200; 120; 200) ➔ Mo = 100 e Mo = 200.

Distribuição amodal: não possui moda.

xi = (1; 2; 3; 6; 7; 22; 300) ➔ não existe Mo.

b) A Moda quando os dados estão agrupados:

Quando os dados estão agrupados em classes, a moda corresponde a frequência simples mais alta e o valor da moda é tomado como o ponto médio do intervalo da classe. "Se os limites inferior e superior da classe mais frequente são l^* e L^*, a moda (da classe) será $(l^* + L^*)/2$".

3) MEDIANA (Md):

a) MEDIANA PARA UM ROL:

A mediana ou valor mediano (Md) é o valor que divide a série ordenada em dois conjuntos com o mesmo número de valores. Se a série tem um número ímpar de valores, a mediana é o valor que está no meio (ponto mediano) da série. Se a série tem um número par de valores, então utiliza-se como mediana o valor médio entre os dois valores que estão no meio da série.

- **Para um número "n" ímpar:**

Md = (n + 1)/2

EXEMPLO: Na série ordenada (2; 5; 6; 8; 10; 13; 15; 16; 18), temos que Md = (9 + 1)/2 = 5. Logo, o 5º termo da série é a mediana, ou seja, o número 10.

- **Para um número "n" par:**

Nesse caso, como não há um único termo central, teremos duas medianas:

1ª md = n/2
2ª md = n/2 + 1
Md = (1ª + 2ª)/2

Obs.: Na série ordenada (1; 3; 6; 8; 9; 10), temos que 1ª md = 6/2 = 3 e 2ª md = 4, Logo, a 1ª mediana é o terceiro termo e a 2ª mediana é o quarto termo, ou seja, o 6 e o 8. A mediana da série é a média das duas medianas: Md = (6 + 8)/2 = 7.

b) MEDIANA PARA UMA SÉRIE DE DADOS AGRUPADOS:

Quando os dados do conjunto vierem apresentados sob a forma de dados agrupados, encontraremos a Mediana seguindo os passos que explicaremos a seguir. Consideremos o exemplo abaixo:

Xi	fi
2	5
4	10
6	15
8	11
10	5
12	3
	n = 49

O primeiro passo será descobrir o n (número de elementos do conjunto). Para isso, conforme já estudamos, basta somar a coluna da fi. Precisamos saber se o n será par ou ímpar!

Caso o n seja ímpar, o conjunto terá apenas uma Posição Central. Caso seja par, teremos duas Posições Centrais! Por enquanto, tudo igual ao que aprendemos para o rol.

Identificado se n é par ou ímpar, determinaremos – exatamente como o fizemos para o rol – quais são as Posições Centrais do nosso conjunto.

Neste nosso exemplo, temos n = 49. Logo, sabemos que nossa única Posição Central será determinada pela conta:

$$\frac{n+1}{2}=\frac{49+1}{2}=\frac{50}{2}=25 \rightarrow 25^{a}\,\text{posição}$$

Agora vem a particularidade dos Dados Tabulados! Nesse momento, teremos que comparar esta Posição Central que acabamos de identificar com os valores de uma determinada coluna de frequências, que ainda nem construímos: a coluna da frequência absoluta acumulada crescente, a fac!

É este, portanto, nosso próximo passo: construir a fac! Teremos:

Xi	fi	fac
2	5	5
4	10	15
6	15	30
8	11	41
10	5	46
12	3	49
	n = 49	

Daí, iniciando com a primeira fac (a mais de cima), para cada valor desta coluna faremos a seguinte pergunta:

"O valor desta fac é maior ou igual ao valor da Posição Central?"

E repetiremos esta pergunta até o momento em que a resposta for afirmativa. Para entendermos melhor, vejamos nosso exemplo. Encontramos acima que a Posição Central é a 25ª. Então, coloquemos na cabeça esse valor: 25 (que será nosso valor de referência!). Daí, começaremos a perguntar:

Xi	fi	fac	
2	5	5	5 é maior ou igual a 25? Não!
4	10	15	15 é maior ou igual a 25? Não!
6	15	**30**	30 é maior ou igual a 25? **Sim**!
8	11	41	
10	5	46	
12	3	49	
	n = 49		

O elemento xi correspondente é o 6! Logo, a mediana desta distribuição é o número 6.

MEDIDAS DE DISPERSÃO

1) DESVIO MÉDIO:

Também chamado apenas de Desvio Médio, ou Desvio Absoluto!

É uma Medida de Dispersão que toma como referência para determinação dos desvios ("afastamentos") o valor da Média do conjunto! E a característica marcante desta Medida é que serão considerados os valores absolutos destes desvios! Daí o nome "Desvio Absoluto". Vejamos como se calcula o DM:

$$DM=\frac{\sum\left|X_i-\bar{X}\right|}{n}$$

EXEMPLO: Determine o Desvio Médio (ou Absoluto) do conjunto: {1, 3, 5, 7, 9}.

SOLUÇÃO:
1º Passo) Calculamos a Média do conjunto:

$$\bar{X} = \frac{1+3+5+7+9}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

2º Passo) Construímos o conjunto dos módulos dos Desvios dos Xi em relação à Média ($|X_i - \bar{X}|$):

|1 – 5| = |-4| = 4
|3 – 5| = |-2| = 2
|5 – 5| = |0| = 0
|7 – 5| = |+2| = 2
|9 – 5| = |+4| = 4

3º Passo) Somar os resultados ($\sum |X_i - \bar{X}|$) e dividir por n:

$$DM = \frac{\sum |X_i - \bar{X}|}{n} \Rightarrow DM = \frac{4+2+0+2+4}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow DM = \frac{12}{5} = 2{,}4$$

a) Desvio médio para dados agrupados:

Será determinado por:

$$DM = \frac{\sum |X_i - \bar{X}| \cdot fi}{n}$$

EXEMPLO: Calcular o Desvio Absoluto do conjunto abaixo:

Xi	fi
1	1
2	2
3	3
4	2
5	1
	n = 9

SOLUÇÃO:
Sabendo que:

$$\bar{X} = \frac{\sum Xi \cdot fi}{n} = \frac{27}{9} = 3$$

Xi	fi	Xi . fi	$Xi - \bar{X}$	$\lvert Xi - \bar{X} \rvert$	$\lvert Xi - \bar{X} \rvert .fi$
1	1	1	-2	2	2
2	2	4	-1	1	2
3	3	9	0	0	0
4	2	8	1	1	2
5	1	5	2	2	2
	n = 9	27			8

Portanto, podemos fazer assim:

$$DM = \frac{\sum |X_i - \bar{X}| \cdot fi}{n} \Rightarrow DM = \frac{8}{9} \Rightarrow DM = 0{,}89$$

b) Desvio médio para uma distribuição de frequências:

Será determinado por:

$$DM = \frac{\sum |PM - \bar{X}| \cdot fi}{n}$$

onde PM é o ponto médio de cada classe.

EXEMPLO: Calcular o Desvio Absoluto do conjunto abaixo:

Xi	fi
0 |--- 10	2
10 |--- 20	3
20 |--- 30	5
30 |--- 40	3
40 |--- 50	2
	n = 15

SOLUÇÃO:

Como essa distribuição é simétrica, a média é exatamente o ponto médio da classe intermediária:

$$\bar{X} = \frac{20+30}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

Xi	fi	PM	$PM - \bar{X}$	$\lvert PM - \bar{X} \rvert$	$\lvert PM - \bar{X} \rvert .fi$
0 |--- 10	2	5	-20	20	40
10 |--- 20	3	15	-10	10	30
20 |--- 30	5	25	0	0	0
30 |--- 40	3	35	10	10	30
40 |--- 50	2	45	20	20	40
	n = 15				140

Portanto, podemos fazer assim:

$$DM = \frac{\sum |PM - \bar{X}| \cdot fi}{n} \Rightarrow DM = \frac{140}{15} \Rightarrow DM = 9{,}33$$

2) DESVIO PADRÃO (S):

É a medida de dispersão mais geralmente empregada, pois leva em consideração a totalidade dos valores da variável em estudo. É um indicador de variabilidade bastante estável.

O desvio padrão baseia-se nos desvios em torno da média aritmética e a sua fórmula básica pode ser traduzida como: a raiz quadrada da média aritmética dos quadrados dos desvios e é representada por S.

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}}$$

X_i = Representa cada elemento do conjunto.
$\bar{X}$ = Representa a média do conjunto.
n = número de elementos.

EXEMPLO: Dada a seguinte distribuição de frequência (2, 3, 7, 7, 8, 11, 12, 14), calcule o desvio padrão e a variância.

SOLUÇÃO:
1) cálculo da média:

$$\bar{x} = \frac{2+3+7+7+8+11+12+14}{8}$$

$$\bar{x} = \frac{64}{8}$$

$$\bar{x} = 8$$

2) Cálculo de $(x_i - \bar{x})^2$:

$(2 - 8)^2 = (-6)^2 = 36$
$(3 - 8)^2 = (-5)^2 = 25$
$(7 - 8)^2 = (-1)^2 = 1$
$(7 - 8)^2 = (-1)^2 = 1$
$(8 - 8)^2 = (0)^2 = 0$
$(11 - 8)^2 = (3)^2 = 9$
$(12 - 8)^2 = (4)^2 = 16$
$(14 - 8)^2 = (6)^2 = 36$
Obs.: 8 desvios → n = 8.

3) Cálculo de $\Sigma(x_i - \bar{x})^2$:

$\Sigma(x_i - \bar{x})^2 = 36 + 25 + 1 + 1 + 0 + 9 + 16 + 36 = 124$.

4) Desvio Padrão (S):

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}}$$

$$S = \sqrt{\frac{124}{8}}$$

$$S = \sqrt{15{,}5}$$

$$S = 3{,}94$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

ESTATÍSTICA:

01. (ESAF) Para a série numérica: 8, 5, 14, 10, 8, 15:
a) a média é igual a 10 e a mediana é igual a 12.
b) a moda é igual a 8 e a mediana é igual a 12.
c) a moda é igual à média aritmética.
d) a moda é igual à mediana.
e) a média aritmética é igual a 10 e a mediana é igual a 9.

02. (PUC) A média aritmética de um conjunto de 12 números é 9. Se os números 10, 15 e 20 forem retirados do conjunto, a média dos restantes será:
a) 7 b) 10 c) 12
d) 15 e) 25

03. A média aritmética de cinco números é 8,5. Se a um desses números acrescentamos 2 unidades, a média aritmética passará a ser:
a) 8,3 b) 8,6 c) 8,7
d) 8,9 e) 9,1

04. (ESAF) Os dados seguintes, ordenados do menor para o maior, foram obtidos de uma amostra aleatória, de 50 preços (Xi) de ações, tomadas numa bolsa de valores internacional. A unidade monetária é o dólar americano.
4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 13, 13, 14, 15, 15, 15, 6, 16, 18, 23
Assinale a opção que corresponde à mediana (com aproximação de uma casa decimal):
a) 9,0 b) 9,5 c) 8,5
d) 8,0 e) 10,0

05. (ESAF) O atributo do tipo contínuo X, observado como um inteiro, numa amostra de tamanho 100 obtida de uma população de 1000 indivíduos, produziu a tabela de frequência seguinte:

Xi	frequência (f)
29,5 --- 39,5	4
39,5 --- 49,5	8
49,5 --- 59,5	14
59,5 --- 69,5	20
69,5 --- 79,5	26
79,5 --- 89,5	18
89,5 --- 99,5	10

Assinale a opção que corresponde à estimativa da Mediana amostral do atributo X:
a) 71,04 b) 65,02 c) 75,03
d) 68,08 e) 70,02

06. A tabela a seguir indica a distribuição de frequência das estaturas das crianças de um acampamento infantil.

ESTATURA (cm)	FREQÜÊNCIA (f_i)	PONTO MÉDIO (x_i)	$x_i.f_i$
120⊢129	6	124,5	747,0
129⊢138	12	133,5	1602,0
138⊢147	16	142,5	2280,0
147⊢156	13	151,5	1969,5
156⊢165	7	160,5	1123,5
	$\Sigma f_i = 54$		$\Sigma x_i f_i = 7722$

A altura média das crianças desse acampamento é:
a) 145 cm b) 143 cm c) 147 cm
d) 153 cm e) 138 cm

Para as questões 07 e 08:

DISTRIBUIÇÃO DE FREQÜÊNCIAS DAS IDADES DOS FUNCIONÁRIOS DA EMPRESA ALFA, EM 01/01/90

Classes das idades (anos)	Freq. (fi)	Ptos. Médios (Xi)	$\frac{Xi-37}{5} = di$	di . fi	di^2 . fi	di^3 . fi	di^4 . fi
19,5 – 24,5	2	22	-3	-6	18	-54	162
24,5 – 29,5	9	27	-2	-18	36	-72	144
29,5 – 34,5	23	32	-1	-23	23	-23	23
34,5 – 39,5	29	37	-	-	-	-	-
39,5 – 44,5	18	42	1	18	18	18	18
44,5 – 49,5	12	47	2	24	48	96	192
49,5 – 54,5	7	52	3	21	63	189	567
Total	100			16	206	154	1106

07. (ESAF) Marque a opção que representa a mediana das idades dos funcionários em 01/01/90.
a) 35,49 b) 35,73 c) 35,91
d) 37,26 e) 38,01

Para efeito da questão seguinte, sabe-se que o quadro de pessoal da empresa continua o mesmo em 01/01/96.

08. (ESAF) Marque a opção que representa a mediana das idades dos funcionários, em 01/01/96.
a) 35,49 b) 36,44 c) 41,49
d) 41,91 e) 43,26

Para a solução das duas próximas questões (09 e 10) considere os dados da tabela abaixo, que representa a distribuição de frequências das notas em uma prova de estatística aplicada em três turmas de 100 alunos cada.

Classes de Notas	Freqüências das Notas na Prova de Estatística		
	TURMA 01	TURMA 02	TURMA 03
0 !--- 2	20	10	5
2 !--- 4	40	15	10
4 !--- 6	30	50	70
6 !--- 8	6	15	10
8 !--- 10	4	10	5
Total	100	100	100

09. (ESAF) Assinale a afirmação correta:
a) Moda (turma 2) < Moda (turma 3)
b) Média (turma 1) > Média (turma 2)
c) Média (turma 2) < Média (turma 3)
d) Mediana (turma 1) < Mediana (turma 2)

e) Mediana (turma 2) > Mediana (turma 3)

10. (ESAF) A distribuição de notas é simétrica em relação à média aritmética:
a) Nas três turmas
b) Nas turmas 1 e 2
c) Nas turmas 1 e 3
d) Somente na turma 1
e) Nas turmas 2 e 3

Frequências acumuladas de salários anuais, em milhares de reais, da Cia. Alfa.

Classes de salários	Frequências acumuladas
3 ; 6	12
6 ; 9	30
9 ; 12	50
12 ; 15	60
15 ; 18	65
18 ; 21	68

11. (ESAF) Quer-se estimar o salário médio anual da Cia. Alfa. Assinale a opção que corresponde ao valor aproximado desta estatística, com base na distribuição de frequências.
a) 12,50
b) 9,60
c) 9,00
d) 12,00
e) 12,10

---

12. (ESAF) Obtenha o valor mais próximo da variância amostral da seguinte distribuição de frequências, onde xi representa o i-ésimo valor observado e fi a respectiva frequência.

xi 5 6 7 8 9
fi 2 6 6 4 3

a) 1,429.
b) 1,225.
c) 1,5.
d) 1,39.
e) 1, 4.

13. (FISCAL DE TRIBUTOS - MG) O desvio padrão do conjunto de dados A = {2, 4, 6, 8, 10} é, aproximadamente, igual a:
a) 2,1
b) 2,4
c) 2,8
d) 3,2
e) 3,6

14. (CESGRANRIO) No último mês, Alípio fez apenas 8 ligações de seu telefone celular cujas durações, em minutos, estão apresentadas no rol abaixo:

5 2 11 8 3 8 7 4

O valor aproximado do desvio padrão desse conjunto de tempos, em minutos, é
a) 3,1
b) 2,5
c) 2,8
d) 2,2
e) 2,0

REVISÃO

QUESTÕES FGV- NÍVEL SUPERIOR

Proposições, conectivos, equivalências lógicas, quantificadores e predicados.

01. Ano: 2019 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Considere as afirmativas a seguir.
• “Alguns homens jogam xadrez”. • “Quem joga xadrez tem bom raciocínio”.
A partir dessas afirmações, é correto concluir que
A “Todos os homens têm bom raciocínio”.
B “Mulheres não jogam xadrez”.
C “Quem tem bom raciocínio joga xadrez”
D “Homem que não tem bom raciocínio não joga xadrez”.
E “Quem não joga xadrez não tem bom raciocínio”.

02. Ano: 2019 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Considere as afirmativas a seguir.
• “Alguns homens jogam xadrez”.
• “Quem joga xadrez tem bom raciocínio”.
A partir dessas afirmações, é correto concluir que:
A “Todos os homens têm bom raciocínio”.
B “Mulheres não jogam xadrez”.
C “Quem tem bom raciocínio joga xadrez”.
D “Homem que não tem bom raciocínio não joga xadrez”.
E “Quem não joga xadrez não tem bom raciocínio”.

03. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Niterói - RJ
A negação de “Nenhum analista é magro” é
A “Há pelo menos um analista magro”.
B “Alguns magros são analistas”.
C “Todos os analistas são magros”.
D “Todos os magros são analistas”
E “Todos os analistas não são magros”.

04. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
Considere a sentença a seguir.
“Se nasci em Rondônia ou Roraima, então sou brasileiro”.
Assinale a opção que apresenta uma sentença logicamente equivalente à sentença dada.
A “Se não nasci em Rondônia nem em Roraima, então não sou brasileiro”.
B “Se nasci em Rondônia, então sou brasileiro”.
C “Se não nasci em Roraima, então não sou brasileiro”.
D “Se não sou brasileiro, então não nasci em Rondônia nem em Roraima”.
E “Se sou brasileiro e não nasci em Rondônia, então nasci em Roraima”.

05. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
A negação lógica da sentença “Se como demais, então passo mal” é
A “Se não como demais, então não passo mal”.
B “Se não como demais, então passo mal”.
C “Como demais e não passo mal”.
D “Não como demais ou passo mal”.
E “Não como demais e passo mal”.

06. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
Considere a afirmação:
“Se um animal não tem dentes então não morde”. Uma afirmação logicamente equivalente é
A “Se um animal tem dentes então morde.”
B “Se um animal não morde então não tem dentes.”
C “Se um animal morde então tem dentes.”

D “Existe um animal que não tem dentes e morde.”
E “Um animal não tem dentes ou morde.”

07. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Niterói - RJ
Considere a sentença: “Se Arlindo é baixo, então Arlindo não é atleta.” Assinale a opção que apresenta a sentença logicamente equivalente à sentença dada.
A “Se Arlindo não é atleta, então Arlindo é baixo.”
B “Se Arlindo não é baixo, então Arlindo é atleta.”
C “Se Arlindo é atleta, então Arlindo não é baixo.”
D “Arlindo é baixo e atleta.”
E “Arlindo não é baixo e não é atleta.”

08. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** TJ-SC
Uma sentença logicamente equivalente à sentença “Se Pedro é torcedor da Chapecoense, então ele nasceu em Chapecó” é:
A Se Pedro não é torcedor da Chapecoense, então ele não nasceu em Chapecó;
B Se Pedro nasceu em Chapecó, então ele é torcedor da Chapecoense;
C Pedro é torcedor da Chapecoense e não nasceu em Chapecó;
D Pedro não é torcedor da Chapecoense ou nasceu em Chapecó;
E Pedro é torcedor da Chapecoense ou não nasceu em Chapecó.

09. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Considere a sentença: “Corro e não me canso”.
Sua **negação** lógica é:
A “Não corro e me canso”.
B “Não corro ou não me canso”.
C “Corro e me canso”.
D “Corro ou não me canso”.
E “Não corro ou me canso”.

10. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** Banestes
A negação lógica da sentença “Todo capixaba é torcedor do Vasco e gosta de moqueca” é:
A Todo capixaba não é torcedor do Vasco e não gosta de moqueca;
B Todo capixaba não é torcedor do Vasco ou não gosta de moqueca;
C Algum capixaba é torcedor do Vasco e não gosta de moqueca;
D Algum capixaba não é torcedor do Vasco ou gosta de moqueca;
E Algum capixaba não é torcedor do Vasco ou não gosta de moqueca.

11. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** Banestes
Considere a sentença: “Se Carla gosta de peixe, então Carla sabe nadar”. Uma sentença logicamente equivalente à sentença dada é:
A Se Carla sabe nadar, então Carla gosta de peixe;
B Se Carla não sabe nadar, então Carla não gosta de peixe;
C Se Carla não gosta de peixe, então Carla não sabe nadar;
D Carla gosta de peixe e sabe nadar;
E Carla gosta de peixe ou não sabe nadar.

12. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** Banestes
Considere a sentença “Joana gosta de leite e não gosta de café”. Sabe-se que a sentença dada é falsa. Deduz-se que:
A Joana não gosta de leite e não gosta de café;
B Se Joana gosta de leite, então ela não gosta de café;
C Joana gosta de leite ou gosta de café;
D Se Joana não gosta de café, então ela não gosta de leite;
E Joana não gosta de leite ou não gosta de café.

13. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** Banestes
Um gerente disse a seus subordinados: “Todos que atingirem as nossas três metas anuais serão promovidos”.
O ano acabou, o gerente cumpriu sua promessa e Pedro é um de seus subordinados.
Pode-se deduzir logicamente que:
A Se Pedro foi promovido, então ele atingiu pelo menos uma das três metas anuais;
B Se Pedro foi promovido, então ele atingiu as três metas anuais;
C Se Pedro não foi promovido, então ele não atingiu pelo menos uma das três metas anuais;
D Se Pedro não foi promovido, então ele não atingiu nenhuma das três metas anuais;
E Se Pedro não atingiu pelo menos uma das três metas anuais, então ele não foi promovido.

14. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** Banestes
Considere a sentença “Se Marta gosta de pescar, então ela gosta de siri”. Uma sentença equivalente à sentença dada é:
A Se Marta não gosta de pescar, então ela não gosta de siri;
B Se Marta gosta de siri, então ela gosta de pescar;
C Se Marta gosta de siri, então ela não gosta de pescar;
D Se Marta não gosta de siri, então ela não gosta de pescar;
E Se Marta não gosta de pescar, então ela gosta de siri.

15. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Considere a afirmação:
“Se um sapo é verde, então não come minhoca”.
A partir dessa afirmação, conclui-se, logicamente, que
A “Se um sapo come minhoca, então não é verde”.
B “Se um sapo não come minhoca, então é verde”.
C “Se um sapo não é verde, então come minhoca”.
D “Um sapo é verde, ou não come minhoca”.
E “Um sapo não é verde, ou come minhoca”.

GABARITO

1: D	2: D	3: A	4: D	5: C
6: C	7: C	8: D	9: E	10: E
11: B	12: D	13: C	14: D	15: A

Conjuntos e suas operações, diagramas.

01. Ano: 2021 **Banca:** FGV **Órgão:** IMBEL
Trinta estudantes praticam judô, natação e basquete, sendo que todos eles praticam pelo menos um desses esportes. Há 15 que praticam judô, 17 que praticam natação e 12 que praticam basquete. Há 10 estudantes que praticam pelo menos dois esportes.
O número de estudantes que praticam os três esportes é
A 4.
B 5.
C 6.
D 7.
E 8.

02. Ano: 2010 **Banca:** FGV **Órgão:** CODEBA
Todos os elementos do conjunto R são elementos do conjunto S e todos os elementos do conjunto R gozam da

propriedade p. Sabendo que R não é um conjunto vazio, conclui-se que
A todos os elementos do conjunto S gozam da propriedade p.
B existem elementos do conjunto S que não gozam da propriedade p.
C pelo menos um elemento do conjunto S goza da propriedade p.
D todos os elementos que gozam da propriedade p são elementos de R.
E qualquer elemento de S não goza da propriedade p.

03. Ano: 2006 **Banca:** FGV **Órgão:** SEFAZ-MS
Se X, Y e Z são conjuntos, $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup Z$:
A nunca.
B se e somente se X = Y = Z.
C se e somente se $Z \subset X$.
D se e somente se $Z \subset Y$.
E sempre.

04. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Paulínia – SP
Em certo escritório trabalham 25 advogados. Dentre eles, 18 falam inglês e 12 falam espanhol.
O número máximo de advogados desse escritório que não fala nenhum desses dois idiomas é
A 5.
B 6.
C 7.
D 8.
E 9.

05. Ano: 2019 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Angra dos Reis - RJ
Aos 5 anos, toda criança deve tomar um reforço das vacinas *tríplice* e *pólio*.
Uma pesquisa feita com as 80 crianças que entraram no 1º ano do Ensino Fundamental de uma escola mostrou que:
• 54 alunos tomaram a vacina tríplice.
• 52 alunos tomaram a vacina pólio.
• 16 alunos não tomaram nenhuma das duas vacinas.
O número de alunos que tomou as duas vacinas é
A 42.
B 44.
C 46.
D 48.
E 50.

06. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Cada um dos 20 funcionários de uma empresa tem um cachorro ou um gato, sendo que alguns deles têm um cachorro e um gato. Dezesseis funcionários têm cachorro e quatorze funcionários têm gato.
O número de funcionários que têm cachorro e gato é
A 10.
B 12.
C 14.
D 16.
E 18.

07. Ano: 2019 **Banca:** FGV **Órgão:** MPE-RJ
Sobre os conjuntos A e B, sabe-se que: A – B tem 7 elementos; A tem 28 elementos; A união de A e B tem 38 elementos.
O número de elementos do conjunto B é:
A 10;
B 18;
C 21;
D 31;
E 35.

08. Ano: 2019 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
O número de estudantes, de uma determinada classe, que gostam de Matemática é igual ao número de estudantes dessa classe que gostam de Português.
Juntando os estudantes que gostam de Matemática com os estudantes que gostam de Português, forma-se um grupo de 24 estudantes. O grupo de estudantes que gostam de Matemática e também de Português tem 6 estudantes. Nessa classe, o número de estudantes que gostam de Matemática e não gostam de Português é
A 18.
B 15.
C 12.
D 9.
E 6.

09. Ano: 2019 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
50 atletas estão treinando e todos usam bermuda e camiseta do mesmo modelo, mas com cores diversas. Entre esses atletas há 20 com bermudas brancas, 25 com camisetas brancas e 12 com bermudas e camisetas brancas.
Assinale a opção que indica o número de atletas que **não** estão vestindo nenhuma peça branca.
A 5.
B 13.
C 15.
D 17.
E 20.

10. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
Tiago passou vários dias seguidos trabalhando em Cacoal e observou que, quando chovia pela manhã não chovia à tarde, e quando chovia à tarde não havia chovido pela manhã.
Tiago anotou 21 manhãs sem chuva, 19 tardes sem chuva e 24 dias com chuva. O número de dias que Tiago ficou em Cacoal foi
A 32.
B 38.
C 42.
D 56.
E 64.

GABARITO

1: A	2: C	3: C	4: C	5: A
6: A	7: D	8: D	9: D	10: A

Números inteiros, racionais e reais e suas operações.

01. Ano: 2019 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Um caminhão pesado levou uma carga de Salvador a Aracaju, e o tempo de viagem foi de 8 horas e 14 minutos.
Na volta, o caminhão vazio foi mais rápido e levou apenas 6 horas e 48 minutos para retornar ao ponto de partida.
O tempo de ida foi maior do que o tempo de volta em
A 1 hora e 26 minutos.
B 1 hora e 34 minutos.
C 1 hora e 46 minutos.
D 2 horas e 26 minutos.
E 2 horas e 34 minutos.

02. Ano: 2019 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Gisele quer guardar seus 101 mangás (histórias em quadrinhos japonesas) em um pequeno gaveteiro com 7 gavetas. Em cada gaveta cabem, no máximo, 20 mangás.
É correto concluir que
A uma gaveta ficará vazia.
B cinco gavetas ficarão com 20 mangás.
C cada gaveta terá pelo menos um mangá.
D pelo menos uma gaveta ficará com mais de 14 mangás.
E nenhuma gaveta ficará vazia.

03. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
Pedro e Paulo possuem, respectivamente, R$ 2.546,00 e R$ 3.748,00. Para que fiquem com exatamente a mesma quantia, Paulo deve dar a Pedro
A R$ 3.147,00.
B R$ 1.202,00.
C R$ 1.198,00.
D R$ 894,00.
E R$ 601,00.

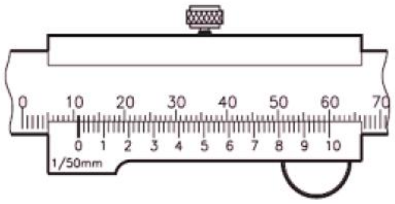
04. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
Em direção à escola caminhavam 1 professor e 6 alunos. Cada aluno carregava 6 estojos e, em cada estojo havia 6 lápis. No total, quantas pessoas, estojos e lápis há nessa história?
A 216.
B 252.
C 258.
D 259.
E 264.

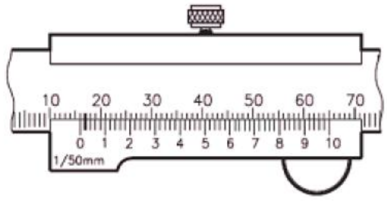
05. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** TJ-SC
Considere a sentença sobre os números racionais x e y:
“ $x \geq 3$ e $x + y \leq 7$ ”.
Um cenário no qual a sentença dada é verdadeira é:
A x = 3 e y = 2 ;
B x = 3 e y = 7 ;
C x = 2 e y = 5 ;
D x = 4 e y = 4;
E x = 5 e y = 3.

06. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Pedro está em uma fila que tem duas pessoas a mais atrás de Pedro do que à sua frente. Entraram duas novas pessoas na fila; agora, o número de pessoas atrás de Pedro é o triplo do número de pessoas que estão na frente dele. O número de pessoas que há agora na fila é
A 9.
B 8.
C 7.
D 6.
E 5.

07. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** Banestes
Sérgio e Mariana estão em uma mesma fila. Há 23 pessoas atrás de Sérgio e 17 pessoas na frente de Mariana. Sérgio está na frente de Mariana e há 8 pessoas entre eles.
O número de pessoas na fila é:
A 32;
B 33;
C 34;
D 35;
E 36.

08. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** ALERJ
As figuras a seguir apresentam duas leituras (1 e 2) feitas com o mesmo paquímetro.

(1)


(2)


A soma das medidas (1) e (2) vale:
A 22,02mm;
B 22,52mm;
C 27,02mm;
D 27,52mm;
E 28,00mm.

09. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** SEE-PE
A expressão aritmética

$$\frac{2+4+6+\cdots+20}{1+3+5+\cdots+19} - \frac{1+3+5+\cdots+19}{2+4+6+\cdots+20}$$

vale:
A 19/20
B 19/110
C 19/21
D 21/110
E 2/11

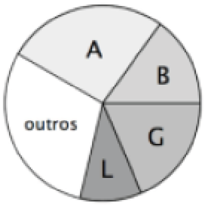
10. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** SEE-PE
Consultando os dados do último censo demográfico, Ana, ao anotar a população de sua cidade, trocou o algarismo das dezenas com o algarismo das unidades. Sabe-se que a diferença entre a população correta e a população anotada por Ana é um número compreendido entre 50 e 60. A diferença citada é
A 52.
B 54.
C 55.
D 56.
E 57.

GABARITO

1: A	2: D	3: E	4: D	5: A
6: A	7: A	8: C	9: D	10: B

Porcentagem. Proporcionalidade direta e inversa.

01. Ano: 2019 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Em uma cidade, os 4 bairros mais próximos do centro, Aratu, Brotas, Graça e Lapinha, serão representados pelas letras A, B, G, L, respectivamente. Uma pesquisa feita com pessoas que trabalham no centro da cidade mostrou a distribuição dos locais onde elas moram. No gráfico abaixo, cada setor representa a quantidade de pessoas que mora em cada um dos bairros próximos do centro e as que moram em locais mais afastados (outros bairros).



O setor correspondente ao bairro de Brotas tem ângulo central de 54°. Isto significa que a porcentagem das pessoas consultadas que moram em Brotas é de
A 12%.
B 15%.
C 18%.
D 24%.
E 27%.

02. Ano: 2019 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Uma caixa tem apenas bolas azuis ou vermelhas, todas numeradas. Um terço das bolas vermelhas têm números pares e as demais bolas vermelhas têm números ímpares. Um quarto das bolas azuis têm números ímpares e as demais bolas azuis têm números pares. De todas as bolas da caixa, 48% são vermelhas.
Do total de bolas da caixa, a porcentagem de bolas com números ímpares é
A 41%.
B 42%.
C 43%.
D 44%.
E 45%.

03. Ano: 2019 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Três funcionários fazem um determinado trabalho em 60 minutos. Cinco funcionários, com a mesma eficiência, fazem o mesmo trabalho em
A 1 hora e 40 minutos.
B 1 hora e 20minutos.
C 50 minutos.
D 36 minutos.
E 30 minutos.

04. Ano: 2019 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Em certo jogo, há fichas de apenas duas cores: brancas e pretas. Em cada uma das cores, algumas fichas são quadradas e as outras são redondas. Ronaldo está nesse jogo e, em certo momento, a quantidade de fichas que possui é tal que:
• 60% das suas fichas são brancas.
• 25% das suas fichas quadradas são pretas.
• 70% das suas fichas pretas são redondas.
Em relação ao total de fichas de Ronaldo, a porcentagem de fichas redondas brancas é de
A 18%.
B 24%.
C 32%.
D 36%.
E 45%.

05. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** IBGE
Em certo município foi feita uma pesquisa para determinar, em cada residência, quantas crianças havia até 10 anos de idade. O resultado está na tabela a seguir:

Número de crianças	Quantidade de residências
0	25
1	44
2	56
3	20
4	12
mais de 4	3

Em relação ao total de residências pesquisadas, as que possuem somente uma ou duas crianças representam:
A 55,0%;
B 57,5%;
C 60,0%;
D 62,5%;
E 64,0%.

06. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Niterói - RJ
Dois funcionários fazem, em média, doze relatórios em três dias. Mantendo a mesma eficiência, três funcionários farão vinte e quatro relatórios em
A um dia.
B dois dias.
C três dias.
D quatro dias.
E seis dias.

07. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
Em um saco há bolas de apenas dois tamanhos: grandes e pequenas. Cada bola ou é branca ou é preta não havendo outra cor.
Sabe-se que: • 70% das bolas do saco são brancas. • 25% das bolas grandes são pretas. • 40% das bolas pretas são pequenas.
A porcentagem de bolas brancas pequenas no saco é de
A 16%.
B 18%.
C 20%.
D 22%.
E 24%.

08. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
Suponha que uma fábrica tenha 10 funcionários que trabalham 8 horas por dia, por 5 dias seguidos, produzindo 12 unidades de um produto.
Suponha que houve um corte de 50% do total de funcionários, e os que permaneceram passaram a trabalhar por 10 dias seguidos, tendo que alcançar a meta de produzir 50% a mais do que antes do corte de funcionários.
Assinale a opção que indica o número de horas/dia que os trabalhadores que sobraram terão que trabalhar para atingir a meta.
A 10.
B 12.
C 14.
D 16.
E 18.

09. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
Em uma caixa há N bolas, das quais 8% são brancas e as demais são pretas. Retiram-se da caixa certo número de bolas pretas, de tal forma que agora as bolas brancas representam 40% das bolas que estão na caixa.
O número de bolas pretas que foram retiradas da caixa representa
A 80% de N.
B 60% de N.
C 50% de N.
D 40% de N.

E 32% de N.

10. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
Em um determinado dia, uma ação da bolsa de valores desvalorizou 4%. No dia seguinte, essa mesma ação valorizou 4%.
Ao final desses dois dias, em relação ao valor inicial, essa ação
A não valorizou nem desvalorizou.
B valorizou 0,04%.
C desvalorizou 0,04%.
D valorizou 0,16%.
E desvalorizou 0,16%.

GABARITO

1: B	2: E	3: D	4: B	5: D
6: D	7: A	8: B	9: A	10: E

Medidas de comprimento, área, volume, massa e tempo.

01. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** COMPESA
Para o tratamento de esgoto, a COMPESA utiliza um produto químico que fica armazenado em três reservatórios: A, B e C, com capacidade de 1000 litros cada um.
Certo dia, o reservatório A estava vazio, B tinha 200 litros e C tinha 500 litros. Nesse dia, foi feita uma entrega de 2000 litros do produto que foram colocados nos reservatórios de forma que os três ficaram com quantidades iguais. É correto concluir que
A o reservatório A recebeu cerca de 667 litros.
B o reservatório B recebeu 600 litros.
C o reservatório C recebeu 500 litros.
D o reservatório A recebeu 300 litros a mais do que B.
E o reservatório B recebeu 700 litros.

02. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** COMPESA
Analise a tabela sobre o consumo diário de água dos habitantes de um município de Pernambuco.

Consumo diário de água	13L	20L	38L	50L	64L	83L	90L	112L	120L	163L	175L
Probabilidade	5%	7%	8%	10%	9%	11%	11%	12%	15%	10%	2%

Selecionando de forma aleatória um indivíduo do município em questão, o valor esperado para seu consumo diário de água será de
A 84,36 L.
B 86,12 L.
C 87,5 L.
D 90 L.
E 112 L.

03. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** Banestes
1cm^3 de gesso tem 1,4 g de massa.
A massa de 1m^3 de gesso é:
A 1,4 kg;
B 14 kg;
C 140 kg;
D 1400 kg;
E 14000 kg.

04. Ano: 2013 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-MA
Os pontos A e B na beira de um rio e na mesma margem distam entre si 4000m e o sentido da corrente do rio é de B para A. Um remador partiu do ponto A e chegou ao ponto B da seguinte maneira. Remou durante 15min percorrendo 1000m rio acima, parou para descansar 1min e a corrente do rio o fez retroceder 200m. A seguir remou novamente durante 15min percorrendo mais 1000m rio acima, parou para descansar 1min e, outra vez, a corrente do rio o fez retroceder 200m. Esse procedimento se repetiu até que o remador atingiu o ponto B.
O remador atingiu o ponto B em
A 66min.
B 70min.
C 76min.
D 80min.
E 84min.

05. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** SEE-PE
Um veículo de um hospital transporta diariamente as mesmas quatro caixas de remédios: A, B, C e D e, a cada dia, é incluída uma caixa extra que pode ser qualquer uma dessas quatro.
A tabela a seguir mostra o peso total em kg das cinco caixas transportadas em cada caso da caixa extra:

Caixa extra	Peso total (kg)
A	61
B	57
C	62
D	65

O peso em kg de uma caixa C é
A 8
B 12.
C 13.
D 15.
E 16.

06. Ano: 2015 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Cuiabá - MT
Duas caixas d'água iguais, posicionadas uma ao lado da outra, possuem, cada uma, capacidade de 900 litros, sendo que a primeira está cheia e a segunda, vazia.

A primeira caixa possui uma torneira que consegue esvaziá-la com vazão de 10 litros por hora e a segunda caixa possui uma torneira que consegue enchê-la com vazão de 15 litros por hora. Abrindo as duas torneiras simultaneamente, o tempo que deve decorrer até que os níveis da água nas duas caixas estejam na mesma altura é de
A 18 horas
B 25 horas
C 30 horas.
D 36 horas.
E 45 horas.

07. Ano: 2014 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Osasco - SP
Andreia e Beatriz tinham exatamente a mesma altura. De lá para cá, Andreia cresceu 30% e Beatriz cresceu metade dos centímetros que Andreia cresceu. A altura de Andreia hoje é 1,82 m.
A diferença entre as alturas de Andreia e de Beatriz, em centímetros, é:
A 12
B 15
C 18
D 20

E 21

08. Ano: 2014 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Osasco - SP
Em uma noite de tempestade, Newton observou um relâmpago e 15 segundos após ouviu o barulho da trovoada.
A velocidade do som é, aproximadamente, 340 metros por segundo. A distância de Newton ao local do relâmpago era, em quilômetros, aproximadamente:
A 10
B 8
C 6
D 5
E 3

09. Ano: 2014 **Banca:** FGV **Órgão:** SEDUC-AM
O carro de Paulo está com um problema que altera o consumo de combustível. Devido a esse problema, o carro usa 7,5 litros de gasolina para percorrer 90 km. O mecânico de Paulo cobra R$ 450,00 para consertar o carro. Com o problema resolvido, o carro usa 6 litros de combustível para percorrer 90 km. Sabendo que o preço médio do litro da gasolina é de R$ 3,00, a quantidade de quilômetros que Paulo deverá andar com seu carro para que o custo do conserto seja pago pela economia da gasolina, é de
A 8500.
B 9000.
C 9500.
D 10000.
E 12000.

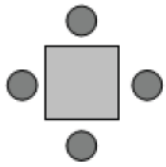
GABARITO
1: E 2: B 3: D 4: C 5: C
6: D 7: E 8: D 9: B

Estrutura lógica de relações arbitrárias entre pessoas, lugares, objetos ou eventos fictícios; dedução de novas informações das relações fornecidas e avaliar as condições usadas para estabelecer a estrutura daquelas relações.

01. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** TJ-SC
Maria é mais nova que Roberta e Joana é mais velha que Sílvia, que tem a mesma idade de Roberta.
É correto concluir que:
A Maria é mais velha que Sílvia;
B Roberta é mais jovem que Joana;
C Maria é mais velha que Joana;
D Sílvia é mais jovem que Maria;
E Maria e Joana têm a mesma idade.

02. Ano: 2013 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-MA
Os irmãos Francisco, Guilherme, Hugo e Ivo são crianças, começaram o mês sem dinheiro nenhum e com dívidas acumuladas. Francisco deve 12 reais a Guilherme e 4 reais a Ivo. Guilherme deve 5 reais a Francisco e 10 reais a Hugo. Hugo deve 6 reais a Guilherme e 2 reais a Ivo. Ivo deve 7 reais a Francisco e 5 reais a Hugo.
Nesse primeiro dia do mês, o pai deles deu 30 reais para cada um e as dívidas foram pagas.
Assim, é correto concluir que
A Francisco ficou com 2 reais a mais que Ivo.
B Guilherme ficou com 31 reais.
C Hugo ficou com 35 reais.
D Francisco foi quem ficou com menos dinheiro.
E Ivo e Guilherme têm juntos 60 reais.

03. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Paulínia - SP
André, Bernardo, Caio e Delcídio estão sentados em volta de uma mesa quadrada e, dos quatro, dois são irmãos.



Sabe-se que:
• Bernardo não tem irmão e está ao lado de André;
• Delcídio está à direita de Bernardo e tem irmão;
• os irmãos estão um ao lado do outro.
É correto afirmar que
A André está à esquerda de Caio.
B Delcídio está à direita de André.
C André é irmão de Delcídio.
D Bernardo está em frente ao irmão de Delcídio.
E Caio está à esquerda do seu irmão.

04. Ano: 2013 **Banca:** FGV **Órgão:** TJ-AM
Certo casal teve um único filho. Quando o filho fez 6 anos o pai disse para sua esposa: “Hoje, a minha idade é 5 vezes a idade do meu filho”. Anos depois, no dia do aniversário do filho, o pai disse para sua esposa: “Hoje, a minha idade é o dobro da idade do meu filho”.
O número de anos decorridos da primeira declaração para a segunda foi de
A 10
B 18.
C 20.
D 24.
E 28.

05. Ano: 2012 **Banca:** FGV **Órgão:** PC-MA
Abelardo, Benito e Caetano conversam sobre futebol em um bar. Dois deles são irmãos e o outro é filho único. O dono do bar ouviu parte da conversa e ficou sabendo que um deles torce pelo Sampaio Corrêa, outro pelo Maranhão e o outro pelo Moto Club. Prestando mais atenção percebeu ainda que: • Abelardo não torce pelo Sampaio Corrêa. • Benito não torce pelo Maranhão. •O irmão de Caetano torce pelo Moto Club. • O que não tem irmão torce pelo Sampaio Corrêa. Pode-se concluir que:
A Abelardo é irmão de Benito.
B Benito é irmão de Caetano.
C Benito torce pelo Moto Club.
D Caetano torce pelo Maranhão.
E Abelardo torce pelo Maranhão.

06. Ano: 2009 **Banca:** FGV **Órgão:** MEC
No conjunto dos irmãos de Maria, há exatamente o mesmo número de homens e de mulheres. Míriam é irmã de Maria. Elas têm um irmão chamado Marcos. Esse, por sua vez, tem um único irmão homem: Marcelo. Sabendo-se que Maria e seus irmãos são todos filhos de um mesmo casal, o número total de filhos do casal é:
A 2
B 3
C 4
D 5
E 6

Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Niterói - RJ
Entre os amigos Alberto, Rodrigo e Marcelo, um deles é flamenguista, outro é tricolor e, outro, vascaíno.
Entre as afirmações a seguir, somente uma é verdadeira:
- Alberto é tricolor.
- Rodrigo não é vascaíno.
- O tricolor não é Marcelo.

É correto afirmar que
A Alberto é vascaíno.
B Rodrigo é tricolor.
C Marcelo é flamenguista.
D Alberto é tricolor.
E Rodrigo não é flamenguista.

Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** MPE-AL
Em certo dia útil da semana (de segunda a sexta-feira) Mário e Jorge fizeram duas declarações cada um. Um deles disse a verdade nas duas declarações e o outro mentiu nas duas: - Mário: anteontem foi sábado. - Jorge: depois de amanhã não será sábado. - Mário: amanhã será quarta-feira. - Jorge: ontem não foi quinta-feira. O dia da semana em que eles fizeram essas declarações foi
A segunda-feira.
B terça-feira.
C quarta-feira.
D quinta-feira.
E sexta-feira.

Ano: 2013 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-MA
Em uma oficina há apenas três carros: um Ford, um Chevrolet e um Fiat. As cores são diferentes: um é prata, outro é preto e outro é azul.
Das afirmativas abaixo, apenas uma é verdadeira:
- O Ford é preto.
- O Chevrolet não é preto.
- O Fiat não é azul.

Assim, é correto concluir que
A o Chevrolet é prata.
B o Ford é azul.
C o Fiat é preto.
D o Ford é preto.
E o Chevrolet é azul.

GABARITO
1: B 2: A 3: D 4: B 5: D
6: D 7: A 8: C 9: B

Compreensão e análise da lógica de uma situação, utilizando as funções intelectuais: raciocínio verbal, raciocínio matemático, raciocínio sequencial, orientação espacial e temporal, formação de conceitos, discriminação de elementos.

01. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
Em uma sequência de números, para quaisquer três termos consecutivos x, y, z vale a relação $z = 3y – x$.
Se o 18º termo dessa sequência é 2 e o 20º termo é 10, então o 14º termo é
A 2.
B 4.
C 10.
D 16.
E 26.

02. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** TJ-SC
Antônio comprou uma caixa com 42 comprimidos de um remédio. Ele tomou um comprimido por dia, sem interrupções, até terminar os comprimidos da caixa.
Se ele tomou o primeiro comprimido em uma sexta-feira, o último comprimido foi tomado em:
A uma quarta-feira;
B uma quinta-feira;
C uma sexta-feira;
D um sábado;
E um domingo.

03. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** TJ-SC
Há 10 anos, a soma das idades de Fernanda e de sua filha Isadora era 40 anos.
Daqui a 10 anos, a soma das idades delas será:
A 50 anos;
B 60 anos;
C 70 anos;
D 80 anos;
E 90 anos.

04. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
A cidade de Salvador foi fundada em 29 de março de 1549, uma sexta-feira. Nesse ano, o dia 1º de janeiro foi
A uma segunda-feira.
B uma terça-feira.
C uma quarta-feira.
D uma quinta-feira.
E um sábado.

05. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
A sequência a seguir foi formada pela justaposição de duas palavras repetidas continuamente.

SALVADORBAHIASALVADORBAHIASALVADORBA…

A 500ª letra dessa sequência é
A D.
B S.
C R.
D O.
E A.

06. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** MPE-RJ
Observe a seguinte sequência formada por quatro letras do alfabeto:

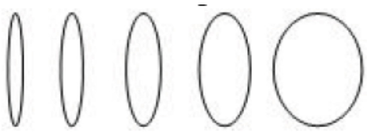
M P R J

Afirma-se que uma nova sequência tem a mesma estrutura da sequência dada quando as distâncias relativas entre as letras é a mesma da sequência original.
Considere as sequências:
1) D G I A
2) Q T V O
3) H K N F

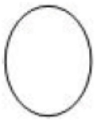
Dessas sequências, possuem a mesma estrutura da sequência original:
A somente (1);
B somente (2);
C somente (3);
D somente (1) e (2);
E somente (2) e (3).

07. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** IBGE
Quando contamos os números pares em ordem crescente de 1000 até 2500, o número 2016 ocupa a 509ª posição.
Quando contamos os números pares em ordem decrescente de 2500 até 1000, o número 2016 ocupa a posição:
A 240;
B 241;
C 242;
D 243;
E 244.

08. Ano: 2011 **Banca:** FGV **Órgão:** SEFAZ-RJ
São dadas cinco figuras:



A próxima figura na sequência é

A  **B**  **C** 

D  **E** 

09. Ano: 2013 **Banca:** FGV **Órgão:** SUDENE-PE
Considere a sequência infinita de letras:

SUDENENEDUSUDENENEDUSUDEN...

que se repetem segundo o mesmo padrão. Quando a letra E for escrita pela 100ª vez ela ocupará nessa sequência a posição
A 304.
B 314
C 324.
D 334
E 344.

10. Ano: 2015 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Cuiabá - MT
Uma empresa fabrica equipamentos médicos e numera seus produtos com um código binário de acordo com a tabela a seguir.

0	oooo	5	lool
1	oool	6	lolo
2	oolo	7	lloo
3	oloo	8	llol
4	looo	9	lllo

Por exemplo, o número 17 é codificado com o símbolo do número 1 seguido do símbolo do número 7, ou seja, seu código é **ooollloo**.
Certa semana, essa empresa fabricou 100 marca-passos que foram enviados a diversos hospitais. O hospital São Pedro recebeu os marca-passos numerados em sequência desde **oloollol** até **loollooo**.
A quantidade de marca-passos que o hospital São Pedro recebeu foi
A 15.
B 16.
C 17.
D 18.
E 19.

11. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** MRE
Em certo ano, o dia 31 de dezembro caiu em um domingo e, em um reino distante, o rei fez o seguinte pronunciamento:
“Como as segundas-feiras são dias horríveis, elas estão abolidas a partir de hoje. Assim, em nosso reino, cada semana terá apenas 6 dias, de terça-feira a domingo. Portanto, como hoje é domingo, amanhã, o primeiro dia do ano novo, será terça-feira."
O ano novo não foi bissexto. Então, nesse reino distante, o dia de Natal (25 de dezembro) desse ano caiu em:
A uma terça-feira;
B uma quarta-feira;
C uma quinta-feira;
D uma sexta-feira;
E um sábado.

12. Ano: 2015 **Banca:** FGV **Órgão:** TJ-PI
Considere a sequência TJPITJPITJPITJ... onde as quatro letras TJPI se repetem indefinidamente. Desde a 70ª até a 120ª letras dessa sequência, a quantidade de letras P é:
A 12;
B 13;
C 14;
D 15;
E 16.

GABARITO
1: E 2: B 3: D 4: B 5: A
6: A 7: D 8: B 9: D 10: C
11: E 12: B

Compreensão de dados apresentados em gráficos e tabelas. Problemas de lógica e raciocínio.

01. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** SME - SP
Um professor, preocupado com a leitura de gráficos e tabelas em uma turma de 6º ano preparou uma atividade de leitura de tabelas para seus alunos. Aproveitou para fornecer conhecimentos sobre as somas envolvidas nos lucros de uma lanchonete. A atividade tinha o seguinte enunciado: Nos dias atuais, existem grandes redes de lanchonetes, algumas multinacionais, isto é, espalhadas em vários países do mundo. Essas redes são dirigidas a partir de seus países de origem, para onde é enviada uma parte do lucro de cada produto consumido. As cifras envolvidas são de valor muito alto, como mostra a tabela com dados de 2015.

Grupo	Faturamento em 2015 (em US$)		Lojas		Refeições dia/Brasil
	Mundo	Brasil	Mundo	Brasil	
McPizza	22 bilhões	165 milhões	13 000	131	300 000
San Duiches	5,7 bilhões	25 milhões	9 600	26	30 000
Ram Burger	9 bilhões	___	8 000	___	___

A partir das informações apresentadas, assinale a afirmativa correta.
A São usados oito zeros para escrever o número que representa o total mundial do faturamento da empresa McPizza, em dólares, no ano de 2015.
B A diferença, em dólares, entre o faturamento mundial da rede McPizza e o da empresa que faturou menos, em 2015, é de 13 bilhões de dólares.
C A diferença entre o faturamento mundial da rede San Duiches e seu faturamento no Brasil, em 2015, é de 5 675 000 000 ou 5 675 milhões ou 5, 675 bilhões.
D Estando a cotação do dólar em 3,78 reais, o faturamento mundial da empresa Ram Burger, em 2015, foi de 32,4 bilhões de reais.
E Considerando a cotação do dólar do item acima, cada loja no Brasil da rede Mac Pizza faturou, em média, 550 mil reais em 2015.

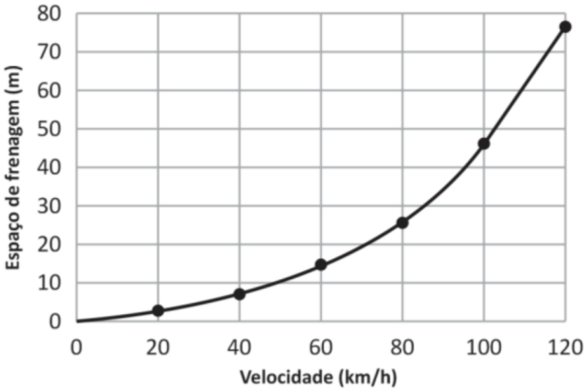
02. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** SME - SP
Um jogo de futebol foi programado para ser realizado com duração normal: 2 tempos de 45 minutos, com um intervalo de 15 minutos. O jogo começou pontualmente às 9:00 horas. Um repórter cronometrou 6 jogadas que considerou

as mais importantes a partir do início do jogo e registrou suas marcas da seguinte maneira:

Jogada	Tempo desde o início do jogo
Falta A	590 s
Pênalti	785 s
Gol I	1350 s
Gol II	2690 s
Falta B	4332 s
Bicicleta	5960 s

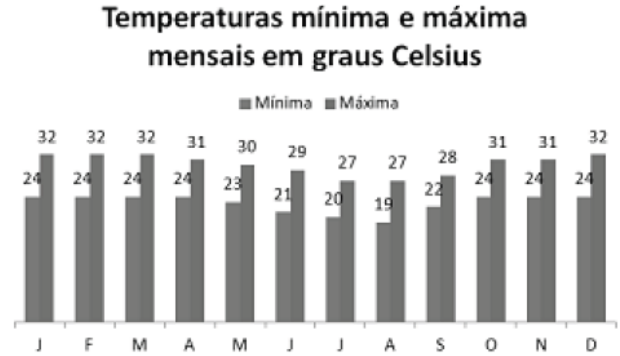
A partir das informações acima, assinale a afirmativa correta.
A A falta A aconteceu exatamente às 9h e 9 minutos.
B O primeiro gol ocorreu no tempo cravado de 22 minutos e 30 segundos do 1º tempo.
C A bicicleta surpreendeu o público aos 39 minutos e 20 segundos do 1º tempo.
D O pênalti aconteceu aos 22 minutos e 5 segundos do 1º tempo.
E O segundo gol aconteceu no segundo tempo.

03. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** SME - SP
Quando um motorista aciona o freio de seu carro, o veículo ainda percorre certa distância até parar. Esse caminho percorrido pelo automóvel, depois que o freio é acionado, é chamado de espaço de frenagem do veículo. O espaço de frenagem de um veículo depende da velocidade do veículo no momento em que é acionado o freio e de outros fatores, como por exemplo, as condições da pista e a intensidade dos ventos. O gráfico representa o espaço de frenagem em função da velocidade de um determinado carro. **Espaço de Frenagem do carro em função da velocidade**



Lendo as informações contidas no gráfico, é correto afirmar que
A o espaço de frenagem é sempre um número inteiro.
B o espaço de frenagem é proporcional à velocidade.
C o espaço de frenagem decresce com a velocidade.
D o espaço de frenagem de um carro que está a 100 km/h é de, aproximadamente, 25 m.
E o espaço de frenagem é menor para velocidades baixas.

04. Ano: 2014 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de João Pessoa - PB
O gráfico mostra as médias mensais das temperaturas mínima e máxima, em graus Celsius, em João Pessoa.



A menor e a maior variação mensal de temperatura (máxima menos mínima), em graus Celsius, em João Pessoa são, respectivamente, de
A 6 e 7.
B 6 e 8.
C 6 e 9.
D 7 e 8.
E 7 e 9.

GABARITO
1: C 2: B 3: E 4: B

Problemas de contagem e noções de probabilidade.

01. Ano: 2019 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Trocando-se a ordem das letras da sigla PMS de todas as maneiras possíveis, obtêm-se os anagramas dessa sigla.
O número desses anagramas é
A 16.
B 12.
C 9.
D 8
E 6.

02. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** IBGE
Entre os cinco números 2, 3, 4, 5 e 6, dois deles são escolhidos ao acaso e o produto deles dois é calculado. A probabilidade
desse produto ser um número par é:
A 60%;
B 75%;
C 80%;
D 85%;
E 90%.

03. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
O número de subconjuntos do conjunto { 2,3,4,5,6,7,8 }que têm, pelo menos, um número ímpar é
A 112.
B 113.
C 114.
D 115.
E 116.

04. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** Banestes
Em um torneio de tênis, há 32 mulheres e 48 homens inscritos. As mulheres só jogam entre si e os homens também só jogam entre si. Em cada partida, o(a) perdedor(a) é eliminado(a) do torneio. Não há empates. Ao final do torneio, tem-se uma campeã e um campeão.
Não havendo desistências, o número total de partidas para que sejam definidos o campeão e a campeã é:
A 72;
B 74;

C 76;
D 78;
E 80.

05. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** SEPOG - RO
Para uma premiação, dois funcionários de uma empresa serão sorteados aleatoriamente entre quatro candidatos: dois do departamento A e dois do departamento B. A probabilidade de os dois funcionários sorteados pertencerem ao mesmo departamento é
A 1/2 .
B 1/3 .
C 1/4 .
D 1/6 .
E 3/4 .

06. Ano: 2013 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-MA
Em um escritório de advocacia há cinco advogados recentemente contratados e, entre eles há um casal. Três deles serão selecionados por sorteio para trabalhar no fim de semana seguinte.
A probabilidade de que o casal não esteja trabalhando junto nesse fim de semana é de
A 40%.
B 50%.
C 60%.
D 70%.
E 80%.

07. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Cinco pessoas de diferentes alturas devem ocupar as cinco cadeiras abaixo para uma fotografia.

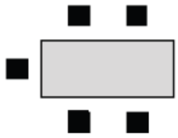
O fotógrafo pediu que nem o mais baixo nem o mais alto ocupassem as cadeiras das extremidades.
Respeitando essa condição, o número de maneiras como as pessoas podem se posicionar para a fotografia é
A 12.
B 18.
C 24.
D 36.
E 72.

08. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Entre as pessoas A, B, C, D e E, será sorteada uma comissão de três membros. A probabilidade de que A e B estejam na comissão ou de que C esteja na comissão, é de
A 60%.
B 64%.
C 72%.
D 75%.
E 80%.

09. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Júlio vai lançar uma moeda honesta 4 vezes seguidas. A probabilidade de que o número de caras seja igual ao número de coroas é de
A 1/2.
B 1/3.
C 3/4.
D 3/8
E 5/8.

10. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Três casais vão ocupar seis cadeiras consecutivas de uma fila do cinema, e os casais não querem sentar separados.
Assinale a opção que indica o número de maneiras diferentes em que esses três casais podem ocupar as seis cadeiras.
A 6.
B 12.
C 24.
D 36.
E 48.

11. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** MPE-RJ
A figura abaixo mostra uma mesa retangular com 5 cadeiras representadas pelos quadradinhos pretos.



Um casal com seus três filhos ocuparão esses cinco lugares e o lugar de cada um será decidido por sorteio. A probabilidade de que o casal fique junto, ou seja, um ao lado do outro em uma das laterais da mesa é:
A 10%;
B 20%;
C 30%;
D 40%;
E 50%.

12. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** MPE-RJ
Para organizar um horário de atendimento, em três dias da semana, pela manhã e à tarde, deve-se colocar duas letras A, duas letras B e duas letras C nas casas vazias da tabela abaixo, com a condição de que, em cada coluna, não apareçam letras iguais.

	2ª feira	4ª feira	6ª feira
Manhã			
Tarde			

O número de maneiras diferentes de preencher essa tabela é:
A 12;
B 24;
C 36;
D 48;
E 64.

13. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** IBGE
Suponha que, de um baralho normal, contendo 52 cartas de quatro naipes, é extraído, sem reposição e aleatoriamente, um total de quatro cartas. Se a carta "Ás" é equivalente a uma figura (ou seja, são 4 figuras e 9 números de cada naipe), é correto afirmar que a probabilidade de que todas sejam
A do mesmo naipe é igual a (13/52).(12/51). (11/50).(10/49)
B figuras é igual a (10/52).(9/51).(8/50).(7/49)
C do mesmo número é igual a (4/52).(3/51).(2/50).(1/49)
D números é igual a (36/52).(35/51).(34/50).(33/49)
E de naipes diferentes é igual a 4.(16/52).(12/51).(8/50).(4/49)

14. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** IBGE
De um grupo de controle para o acompanhamento de uma determinada doença, 4% realmente têm a doença. A tabela a seguir mostra as porcentagens das pessoas que têm e

das que não têm a doença e que apresentaram resultado positivo em um determinado teste.

Doença	Teste positivo (%)
SIM	85
NÃO	10

Entre as pessoas desse grupo que apresentaram resultado positivo no teste, a porcentagem daquelas que realmente têm a doença é aproximadamente:
A 90%;
B 85%;
C 42%;
D 26%;
E 4%.

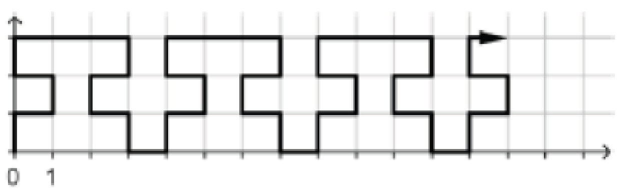
GABARITO
1: E 2: E 3: A 4: D 5: B
6: D 7: D 8: E 9: D 10: E
11: B 12: D 13: D 14: D

Geometria básica: ângulos, triângulos, polígonos, distâncias, proporcionalidade, perímetro e área.

01. Ano: 2019 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
O mapa de um loteamento foi construído na escala 1:2500. No centro desse loteamento há uma praça que aparece no mapa como um retângulo de 3 cm por 4 cm.
A área real dessa praça é de
A 300 m^2.
B 3000 m^2.
C 750 m^2.
D 7500 m^2.
E 12000 m^2.

02. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
Um cone tem 10 cm de altura e base de área igual a 75 cm^2. Um plano paralelo à base do cone e distando 4 cm dela determinou uma seção de área S. O valor de S, em cm^2, é
A 27.
B 32.
C 36.
D 40.
E 45.

03. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
O plano cartesiano representado a seguir está quadriculado e cada quadrícula tem lado de 1 unidade.

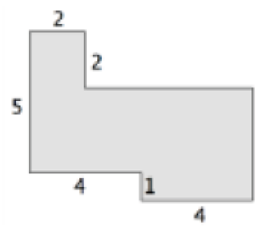


Uma linha poligonal foi desenhada mantendo sempre a repetição de determinado padrão. Um percurso sobre essa poligonal, começando no ponto (0, 0) e com 2018 unidades de comprimento, terá sua extremidade no ponto
A (577, 1).
B (577, 2).
C (576, 2)
D (576, 3).
E (578, 3).

04. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Niterói - RJ
O piso de uma sala quadrada é totalmente coberto por lajotas quadradas, todas exatamente iguais. O número de lajotas contidas nas duas diagonais do piso da sala é 25. O número de lajotas que cobre totalmente o piso da sala é
A 121.
B 169.
C 225.
D 289.
E 361.

05. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
Euclides e Arquimedes estavam no vértice inferior esquerdo de um campo quadrado e caminharam até o vértice superior direito. Arquimedes caminhou primeiro em direção ao leste e, depois, em direção ao norte, até chegar ao destino. Euclides caminhou em linha reta, diretamente de onde estava até chegar ao destino. A distância percorrida por Euclides, comparada à percorrida por Arquimedes, foi menor em, aproximadamente,
A 20%.
B 30%.
C 40%.
D 50%.
E 60%.

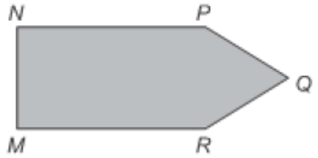
06. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** Banestes
O piso de uma sala é representado pelo polígono da figura abaixo, onde dois lados consecutivos são sempre perpendiculares. As medidas indicadas na figura estão em metros.



A área dessa sala, em metros quadrados, é:
A 24;
B 26;
C 28;
D 30;
E 32.

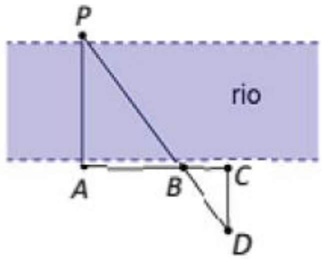
07. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** SEPOG - RO
Pedro e Marcelo partiram de um mesmo ponto, em um terreno plano. Pedro caminhou 40 m em direção ao norte e, a seguir, 30 m em direção ao leste. Marcelo caminhou 50 m em direção ao oeste e, a seguir, 110 m em direção ao sul.
Após isso, a distância entre Pedro e Marcelo é
A 230 m.
B 210 m.
C 190 m.
D 180 m.
E 170 m.

08. Ano: 2013 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-MA
Uma pessoa caminha em torno de uma praça que tem a forma da figura abaixo.



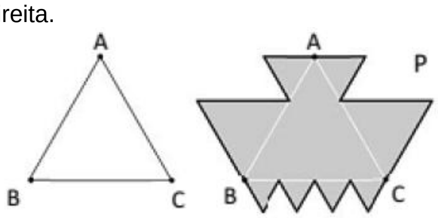
As medidas dos trechos retos são MN = PQ = QR = 50m, e NP = RM = 100m. Essa pessoa começou a caminhada no ponto M percorrendo o contorno da praça no sentido horário com velocidade constante de 50m a cada minuto.
No final de uma hora e vinte minutos de caminhada essa pessoa estava no ponto:
A M.
B N.
C P.
D Q.
E R.

09. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
A figura a seguir mostra um rio de margens retas e paralelas.



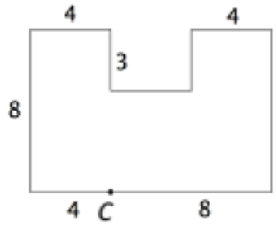
João, que está em uma das margens, gostaria de obter uma medida aproximada da largura do rio. Para isso, adotou o
seguinte procedimento:
▪ buscou um ponto de referência na margem oposta e encontrou a pedra P;
▪ fixou uma estaca no ponto A, de forma que AP fosse perpendicular ao rio;
▪ caminhou paralelamente ao rio, fixou uma estaca em B e depois outra em C;
▪ a partir de C, caminhou perpendicularmente ao rio até que, no ponto D, viu as estacas B e P alinhadas com D;
▪ fixou mais uma estaca nesse ponto e, com uma trena, mediu as distâncias AB = 20m, BC = 6m e CD = 8,4m.
A distância, em metros, de A até P é de
A 22,6.
B 24,0.
C 25,5.
D 27,2.
E 28,0.

10. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
A figura a seguir mostra, do lado esquerdo, um triângulo equilátero ABC, com 9cm de lado.
Sobre os lados desse triângulo, foram construídos novos triângulos equiláteros, o que deu origem ao polígono P, que se vê à direita.



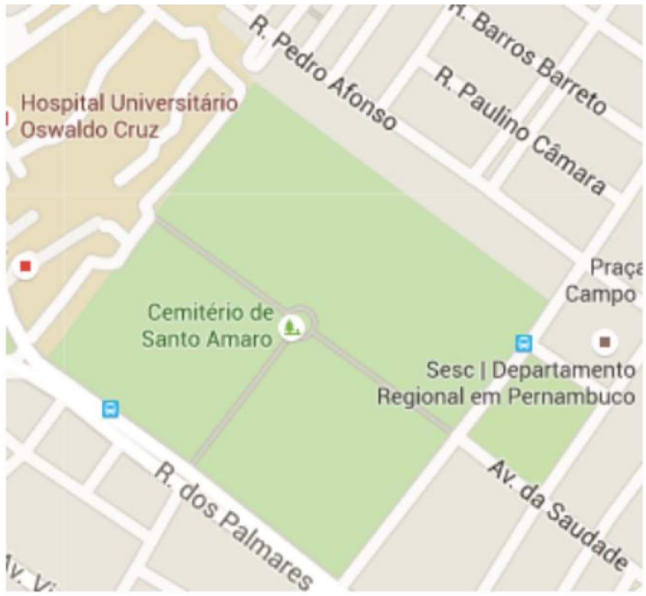
O perímetro do polígono P, em centímetros, é
A 54.
B 60.
C 72.
D 81.
E 108.

11. Ano: 2017 **Banca:** FGV **Órgão:** Prefeitura de Salvador - BA
No polígono representado na figura a seguir, dois lados consecutivos são sempre perpendiculares.



Esse polígono representa uma sala vista de cima, e os números que aparecem na figura são as medidas, em metros, dos respectivos segmentos.
Uma câmera foi colocada no ponto C da figura, conseguindo, dessa posição, registrar imagens de quase toda a sala.
Entretanto, há uma região da sala que a câmera não consegue ver.
A área, em m^2, da região que não pode ser alcançada pela câmera é de
A 3,6.
B 4,0.
C 4,5.
D 6,4.
E 7,2.

12. Ano: 2016 **Banca:** FGV **Órgão:** SEE-PE



Na cidade do Recife, o Cemitério de Santo Amaro ocupa uma região retangular.
Em uma carta com escala de 1:5000, o lado que está na Rua dos Palmares mede 8 cm e o lado que está na rua perpendicular mede 7,2 cm.
A área do Cemitério de Santo Amaro em m^2 é igual a
A 14.400.
B 28.800.
C 144.000.
D 288.000.
E 1.440.000.

GABARITO

1: D	2: A	3: A	4: B	5: B
6: E	7: E	8: C	9: E	10: A
11: A	12: C			

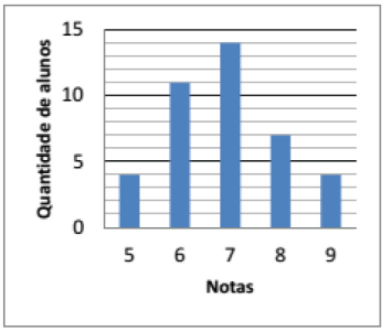
Noções de estatística: média, moda, mediana e desvio padrão.

01. Ano: 2018 **Banca:** FGV **Órgão:** AL-RO
Há 5 meses, sua empresa fez um contrato para vender exclusivamente o trigo produzido por uma cooperativa. Seu fornecedor informa que não poderá fazer entrega nos próximos dois meses (mês 6 e mês 7). Em função dessa descontinuidade, o gerente geral de sua empresa pede para você calcular a previsão da soma das demandas dos dois meses citados. Ele o orientou a simplificar os cálculos, optando por uma projeção baseada em uma regressão linear que usa os dados das demandas dos 5 meses desde o início da venda de trigo. Os dados estão apresentados, mês a mês, na tabela a seguir.

Mês	Toneladas
1	10,0
2	13,0
3	15,0
4	20,0
5	21,0

Assim, após fazer os cálculos segundo essas orientações, o resultado correto para a soma pedida é
A 24,5.
B 31,6.
C 45,0.
D 51,9.
E 56,1.

02. Ano: 2015 **Banca:** FGV **Órgão:** DPE-RO
Em um curso de treinamento dos funcionários de uma empresa, as notas dos alunos de uma turma na prova final estão no gráfico a seguir:



A média dos alunos dessa turma foi:
A 6,5;
B 6,7;
C 6,9;
D 7,0;
E 7,3.

03. Ano: 2015 **Banca:** FGV **Órgão:** TJ-BA
Marcos anotou o número de correspondências eletrônicas que ele recebeu diariamente, durante 13 dias. A tabela a seguir mostra os números anotados por ele:

3 4 18 16 15 16 22 5 2 20 16 15 17

A diferença entre a mediana e a média dos números anotados por Marcos é:
A 5;
B 4;
C 3;
D 2;
E 1.

GABARITO
1: D 2: C 3: C

GABARITOS DOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS

CAPÍTULO 01 – PROPOSIÇÕES

01. (*)	02. (**)	03. A	04. E
05. A	06. V	07. C	08. E
09. B	10. C	11. B	12. E
13. E	14. B	15. D	16. A
17. F	18. A	19. A	20. E
21. D	22. A		

(*) a) sim	b) sim	c) não	d) não
e) não	f) sim	g) sim	h) não
i) não	j) não	l) não	m) não
n) não	o) sim		

(**) a) F	b) V	c) F	d) V
e) V	f) V	g) V	h) F
i) V	j) V	l) F	m) F
n) F			

CAPÍTULO 02 – DIAGRAMAS LÓGICOS E CONJUNTOS

01. D	02. C	03. E	04. E
05. B	06. E	07. C	08. C
09. E	10. A	11. D	12. E
13. D	14. B	15. C	16. D
17. A	18. A	19. B	20. E
21. F	22. D	23. F	

CAPÍTULO 03 – NÚMEROS INTEIROS, RACIONAIS E REAIS

01. D	02. E	03. C	04. C
05. D	06. E	07. D	08. D
09. A	10. A	11. C	12. D
13. B	14. C	15. A	16. C

CAPÍTULO 04 – PROPORCIONALIDADE E PORCENTAGEM

01. D	02. A	03. D	04. A
05. D	06. A	07. B	08. A
09. E	10. B	11. C	12. C
13. C	14. B	15. C	16. E
17. C	18. C	19.A	20. B

CAPÍTULO 05 – UNIDADES DE MEDIDA

01. C	02. B	03. C	04. E
05. D	06. D	07. C	08. E
09. B	10. C	11. A	12. D
13. D	14. B	15. C	16. C
17. E	18. A		

CAPÍTULO 06 – LÓGICA DAS RELAÇÕES

01. C	02. C	03. D	04. D
05. B	06. C	07. E	08. E
09. C	10. C	11. D	12. E
13. C	14. A	15. B	16. C
17. B	18. B	19. A	20. C
21. D	22. C	23. A	

CAPÍTULO 07 – ORIENT. ESPACIAL E TEMPORAL

01. D	02. A	03. E	04. E
05. E	06. A	07. A	08. C
09. C	10. A	11. C	12. E
13. B	14. D	15. D	16. B
17. E	18. D	19. C	20. A
21. B	22. E		

CAPÍTULO 08 – SEQUÊNCIAS LÓGICAS

01. A	02. D	03. A	04. D
05. B	06. C	07. A	08. E
09. A	10. A	11. D	12. E
13. D	14. D	15. C	16. C
17. B	18. A	19. D	20. A
21. B	22. B	23. C	24. A
25. C	26. C	27. B	28. C
29. E	30. E	31. B	32. E

CAPÍTULO 09 – TABELAS E GRÁFICOS

01. D	02. C	03. D	04. D
05. A	06. D	07. B	08. A
09. D	10. C	11. B	12. D

CAPÍTULO 10 – CONTAGEM E PROBABILIDADE

01. V	02. A	03. C	04. B
05. C	06. D	07. D	08. A
09. V	10. B	11. A	12. B
13. F	14. D	15. C	16. D
17. V	18. C	19. F	20. E
21. E	22. B	23. 6/13	24. 3/8
25. F	26. D	27. 4/9	28. A
29. B	30. A	31. B	32. D

CAPÍTULO 11 – GEOMETRIA BÁSICA

01. B	02. D	03. E	04. C
05. B	06. C	07. E	08. A
09. B	10. C	11. A	12. D
13. A	14. B	15. B	16. C
17. C	18. A	19. D	

CAPÍTULO 12 – ESTATÍSTICA

01. E	02. A	03. D	04. A
05. A	06. B	07. D	08. E
09. A	10. E	11. B	12. C
13. C	14. B		