CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS
Teoria e Questões

Prof. Nilo

CONTEÚDO PROGRAMÁTICO:

Raciocínio Matemático. **12**
Conjuntos. **1**
Sistema de numeração decimal. **3**
Números racionais. 1
Medida de tempo. **9**
Operações Fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão. **1**
Resolução de Problemas. **1/20**
Regra de três simples e porcentagem. **23**

CONJUNTOS NUMÉRICOS: NÚMEROS NATURAIS, INTEIROS E RACIONAIS.
OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS: ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.

CONJUNTOS NUMÉRICOS

1. NÚMEROS NATURAIS (N)

N = {0, 1, 2, 3, 4, ...}

N* = {1, 2, 3, 4, ...}

2. NÚMEROS INTEIROS (Z)

$Z = \{K, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, K\}$

$Z_+ = \{0, 1, 2, 3, 4, K\}$

$Z_- = \{K, -4, -3, -2, -1, 0\}$

Relação de divisibilidade

Se a, b, c são números inteiros e ac = b então dizemos que, "a divide b" ou "a é fator de b" ou "a é divisor de b" ou "b é múltiplo de a" ou "b é divisível por a".

Algoritmo da divisão

$$\begin{array}{c|c} a & b \\ \hline R & q \end{array}$$ então a = bq + R e $0 \le R < |b|$

Números primos e compostos

• O inteiro "p" é chamado número primo se, se somente se, $p \neq 1$, $p \neq -1$ e os divisores de p = {–p, –1, 1, p}.

• O inteiro "a" é chamado número composto se admite mais de quatro divisores inteiros.

• Números de divisores do inteiro **n.**

Dado o inteiro **n**, |n| > 1, tal que:

$n = \pm a^x \cdot b^y \cdot c^z \cdot d^w$, onde:

a, **b**, **c**, **d** são fatores primos de n e

x, **y**, **z** e **w** são números naturais não-nulos,

Então o número de divisores positivos de **n** é:

$(x+1)(y+1)(z+1)(w+1)$

Máximo Divisor Comum (MDC)

Dados os inteiros **a** e **b**, dizemos que o inteiro **c** é divisor comum de "**a**" e "**b**" se, e somente se, **c** divide **a**, **c** divide **b**, ou seja, $c \in D(a) \cap D(b)$

• **DEFINIÇÃO DE MDC:**

d = mdc (a, b) se somente se $\begin{cases} mdc(0,0) = 0 \\ a \neq 0 \text{ ou } b \neq 0 \text{ então} \\ d = \max\{D(a) \cap D(b)\} \end{cases}$

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

Dados os inteiros **a** e **b**, dizemos que **c** é múltiplo de **a** e **b** se, somente se, **a** divide **c** e **b** divide **c**.

• **Definição de MMC**

m = mmc (a, b) então:

$\begin{cases} a = 0 \text{ ou } b = 0 \text{ então } mmc(a,b) = 0 \\ a \neq 0 \text{ e } b \neq 0 \text{ então } m = \min(m(a) \cap m(b)), \text{ com } m \neq 0 \end{cases}$

Para qualquer a, b inteiros temos:

$$\boxed{mdc(a,b) \cdot mmc(a,b) = |ab|}$$

3. NÚMERO RACIONAL (Q)

São todos aqueles que podem ser colocados na forma de fração (com o numerador e denominador $\in$ **Z**). Ou seja, o conjunto dos **números racionais** é a união do conjunto dos números inteiros com as frações positivas e negativas.

Um número **a** é racional se existe **b** e **c** inteiros primos entre si tal que $a = \frac{b}{c}$ com $c \neq 0$

Lembrando da Tia...

O símbolo $\frac{a}{b}$ significa:

a : b, sendo ***a*** e ***b*** números naturais e ***b*** diferente de ZERO.

Chamamos:

- $\frac{a}{b}$ de fração;
- **a** de numerador;
- **b** denominador,

Se **a** é múltiplo de **b**, então $\frac{a}{b}$ é um número natural.

Veja um exemplo:

A fração $\frac{8}{2}$ é igual a 8 : 2. Neste caso, 8 é o numerador e 2 é o denominador.

Efetuando a divisão de 8 por 2, obtemos o quociente 4. Assim, $\frac{8}{2}$ é um número natural e 8 é múltiplo de 2.

Durante muito tempo, os números naturais foram os únicos conhecidos e usados pelos homens. Depois começaram a surgir questões que não poderiam ser resolvidas com números naturais. Então surgiu o conceito de número *fracionário*.

O significado de uma fração

Algumas vezes, $\frac{a}{b}$ é um número natural. Outras vezes, isso não acontece.

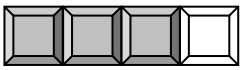
Neste caso, qual é o significado de $\frac{a}{b}$?

Uma fração envolve a seguinte idéia:

Dividir algo em partes iguais. Dentre essas partes, consideramos ***uma*** ou ***algumas***, conforme nosso interesse.

Exemplo: Roberval comeu $\frac{3}{4}$ de um chocolate. Isso significa que, se dividíssemos o chocolate em 4 partes iguais, Roberval teria comido 3 partes:

CHOCOLATE



Na figura acima, as partes pintadas seriam as partes comidas por Roberval, e a parte branca é a parte que sobrou do chocolate.

Como se lê uma fração

As frações recebem nomes especiais quando os denominadores são 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e também quando os denominadores são 10, 100, 1000, ...

$\frac{1}{2}$	um meio	$\frac{2}{5}$	dois quintos
$\frac{1}{3}$	um terço	$\frac{4}{7}$	quatro sétimos
$\frac{1}{4}$	um quarto	$\frac{7}{8}$	sete oitavos
$\frac{1}{5}$	um quinto	$\frac{15}{9}$	quinze nonos
$\frac{1}{6}$	um sexto	$\frac{1}{10}$	um décimo
$\frac{1}{7}$	um sétimo	$\frac{1}{100}$	um centésimo
$\frac{1}{8}$	um oitavo	$\frac{1}{1000}$	um milésimo
$\frac{1}{9}$	um nono	$\frac{8}{1000}$	oito milésimos

Classificação das frações

• **Fração própria**: o numerador é menor que o denominador:

Ex.: $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{5}, ...$

• **Fração imprópria**: o numerador é maior ou igual ao denominador.

Ex.: $\frac{4}{3}, \frac{5}{5}, \frac{6}{4}, ...$

• **Fração aparente**: o numerador é múltiplo do denominador.

Ex.: $\frac{6}{3}, \frac{24}{12}, \frac{8}{4}, ...$

Frações equivalentes

Frações equivalentes são frações que representam a mesma parte do todo.

Exemplo: $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{4}{8}$ são equivalentes

Para encontrar frações equivalentes devemos multiplicar o numerador e o denominador por um mesmo número natural, diferente de zero.

Exemplo: obter frações equivalentes à fração $\frac{1}{2}$.

$$\frac{1\cdot 2}{2\cdot 2}=\frac{2}{4}\quad \frac{1\cdot 3}{2\cdot 3}=\frac{3}{6}\quad \frac{1\cdot 4}{2\cdot 4}=\frac{4}{8}\quad \frac{1\cdot 5}{2\cdot 5}=\frac{5}{10}$$

Portanto as frações $\frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}$ são algumas das frações equivalentes a 2.

Simplificação de frações

Uma fração equivalente a $\frac{9}{12}$, com termos menores, é $\frac{3}{4}$. A fração $\frac{3}{4}$ foi obtida dividindo-se ambos os termos da fração $\frac{9}{12}$ pelo fator comum 3. Dizemos que a fração $\frac{3}{4}$ é uma fração simplificada de $\frac{9}{12}$.

A fração $\frac{3}{4}$ não pode ser simplificada, por isso é chamada de *fração irredutível*.

A fração $\frac{3}{4}$ não pode ser simplificada porque 3 e 4 não possuem nenhum fator.

Números fracionários

Seria possível substituir a letra X por um número natural que torne a sentença abaixo verdadeira?

5 . **X** = 1

Substituindo **X**, temos:

X por 0 temos: 5.0 = 0

X por 1 temos: 5.1 = 5.

Portanto, substituindo **X** por qualquer número natural jamais encontraremos o produto 1. Para resolver esse problema temos que criar novos números. Assim, surgem os **números fracionários**.

Toda fração equivalente representa o mesmo número fracionário.

Portanto, uma fração $\frac{m}{n}$ (n diferente de zero) e todas frações equivalentes a ela representam o mesmo número fracionário $\frac{m}{n}$.

Resolvendo agora o problema inicial, concluímos que:

$X = \frac{1}{5}$, pois $5 \cdot \frac{1}{5} = 1$

Adição e subtração de números fracionários

Temos que analisar dois casos:

1°. Denominadores iguais

Para somar frações com denominadores iguais, basta somar os numeradores e conservar o denominador.

Para subtrair frações com denominadores iguais, basta subtrair os numeradores e conservar o denominador.

Observe os exemplos:

$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$

$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$

2°. Denominadores diferentes

Para somar frações com denominadores diferentes, uma solução é obter frações equivalentes, de denominadores iguais ao mmc dos denominadores das frações.

Exemplo: somar as frações $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{2}$.

Obtendo o mmc dos denominadores temos:

mmc (5, 2) = 10.

- $\frac{4}{5} = \frac{?}{10}$ (10 : 5) . 4 = 8
- $\frac{5}{2} = \frac{?}{10}$ (10 : 2) . 5 = 25

$\frac{8}{10} + \frac{25}{10} = \frac{33}{10}$

Resumindo: utilizamos o mmc para obter as frações equivalentes e depois somamos normalmente as frações, que já terão o mesmo denominador, ou seja, utilizamos o caso 1.

Dízimas periódicas

Há frações que não possuem representações decimais exatas. Por exemplo:

$\frac{1}{3} = 0{,}333...$ $\frac{5}{6} = 0{,}833...$

Aos numerais decimais em que há repetição periódica e infinita de um ou mais algarismos, dá-se o nome de numerais decimais periódicos ou dízimas periódicas.

Numa dizima periódica, o algarismo ou algarismos que se repetem infinitamente, constituem o período dessa dízima.

As dizimas classificam-se em dízimas periódicas *simples* e dizimas periódicas *compostas*.

Exemplos:

$\frac{5}{9}$ = 0,555... (período: 5)

$\frac{7}{3}$ = 2,333... (período: 3)

$\frac{4}{33}$ = 0,1212... (período: 12)

→ São dizimas periódicas **simples**, uma vez que o período apresenta-se logo após a vírgula.

$\frac{1}{45}$ = 0,0222... (Período:. 2)

► Parte não periódica: 0

$\frac{1.039}{900}$ = 1,15444... (Período: 4)

► Período não periódica: 15

$\frac{61}{495}$ = 0,1232323... (Período: 23)

► Parte não periódica: 1

→São dizimas periódicas **compostas**, uma vez que entre o período e a vírgula existe uma parte não periódica.

Observações:

• Consideramos parte não periódica de uma dízima o termo situado entre vírgulas e o período. Excluí-mos, portanto da parte não periódica o inteiro.

Podemos representar uma dízima periódica das seguintes maneiras:

0,555... ou $0,\overline{5}$

0,12323... ou $0,1\overline{23}$

Geratriz de uma dízima periódica

É possível determinar a fração (número racional) que deu origem a uma dizima periódica. Denominamos esta fração de **geratriz da dízima periódica**.

Procedimentos para determinação da geratriz de uma dízima:

Dízima simples

A geratriz de uma dízima simples é uma fração que tem para numerador o período e para denominador tantos noves quantos forem os algarismos do período.

Exemplos:

0,777... = $\frac{7}{9}$

0,2323...= $\frac{23}{99}$

Dízima composta

A geratriz de uma dízima composta é uma fração da forma $\frac{n}{d}$, onde:

• **n** é a parte não periódica seguida do período, menos á parte não periódica.

• **d** tantos noves quantos forem os algarismos do período seguidos de tantos zeros quantos forem os algarismos da parte não periódica.

Exemplos:

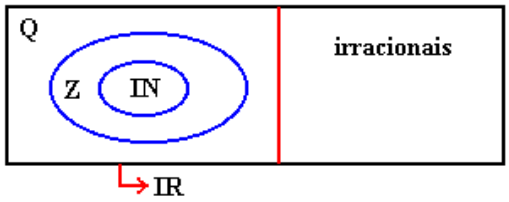
$$0{,}1252525... = \frac{125-1}{990} = \frac{124}{990}$$

$$0{,}047777... = \frac{047-04}{900} = \frac{43}{900}$$

4. Conjunto dos números reais (IR)

Dados os conjuntos dos números racionais (**Q**) e dos irracionais, definimos o conjunto dos números reais como:

IR=Q ∪ {irracionais} = {x|x é racional ou x é irracional}



O diagrama abaixo mostra a relação entre os conjuntos numéricos:

Portanto, os números *naturais*, *inteiros*, *racionais* e *irracionais* são todos números **reais**. Como subconjuntos importantes de **IR** temos:

IR* = IR-{0}

IR_+ = conjunto dos números reais não negativos

IR_- = conjunto dos números reais não positivos

OBS: entre dois números inteiros existem infinitos números reais. Por exemplo:

- Entre os números 1 e 2 existem infinitos números reais:

1,01 ; 1,001 ; 1,0001 ; 1,1 ; 1,2 ; 1,5 ; 1,99 ; 1,999 ; 1,9999 ...

- Entre os números 5 e 6 existem infinitos números reais:

5,01 ; 5,02 ; 5,05 ; 5,1 ; 5,2 ; 5,5 ; 5,99 ; 5,999 ; 5,9999 ...

MEDIDAS DE TEMPO

É comum em nosso dia a dia ouvirmos perguntas do tipo:

- Qual a duração dessa partida de futebol?
- Qual o tempo dessa viagem?
- Qual a duração desse curso?
- Qual o melhor tempo obtido por esse corredor?

Todas essas perguntas serão respondidas tomando por base uma unidade padrão de medida de tempo.

A unidade de tempo escolhida como padrão no Sistema Internacional (SI) é o **segundo**.

Segundo

O Sol foi o primeiro relógio do homem: o intervalo de tempo natural decorrido entre as sucessivas passagens do Sol sobre um dado meridiano dá origem ao dia solar.

O segundo (s) é o tempo equivalente a $\frac{1}{86.400}$ do dia solar médio.

As medidas de tempo não pertencem ao Sistema Métrico Decimal.

INSTRUMENTOS DE MEDIDAS

Medir o tempo não é algo tranquilo de se fazer, era preciso automatizar o processo.

Para medir o tempo foram inventados alguns instrumentos que antecederam o relógio que conhecemos hoje. O relógio do Sol foi uma das invenções utilizadas para medir o tempo.

Tal relógio utilizava a sombra projetada por um objeto chamado de placa ou pino, e a partir das linhas marcadas na superfície circular é que podia saber a hora solar aparente. Veja na imagem um relógio de Sol em Natal – RN (imagem: Patrick).

A evolução dos instrumentos de medidas de tempo foi com o relógio de pêndulo e, por fim, os relógios que conhecemos hoje: pulso, parede, celular, etc. Os relógios de hoje são digitais e mecânico, este com um complexo sistema de engrenagens e pinos para mostrar com exatidão a hora certa.

Atualmente, os relógios digitais são mais utilizados. Eles estão presentes no computador, no celular, no carro, na TV e em diversos outros dispositivos eletrônicos.

Os relógios digitais utilizam energia elétrica armazenada em uma bateria. O funcionamento é através de pulsos elétricos gerados por um cristal piezoelétrico, que emite uma frequência de 32 768 Hz, levada por um conjunto de divisores de frequência, de forma que cada frequência de 32 768 Hz equivale a 1 pulso por segundo.

HORAS, MINUTOS E SEGUNDOS

Em alguns problemas matemáticos ou da física precisamos converter de horas para minutos ou segundos e vice-versa.

Para fazer a conversão temos que saber os seguintes dados:

- **1 hora = 60 minutos;**
- **1 minuto = 60 segundos;**
- **1 hora = 3.600 segundos.**

Então, usando os dados acima, se quisermos mudar de hora para minuto temos que multiplicar por 60.

Exemplo:

- Converter **5 horas** em **minutos**:

5. 60 = 300, ou seja, 5 horas possuem 300 minutos.

Da mesma forma, se quisermos converter minutos para segundos devemos multiplicar os minutos por 60.

Exemplo:

- Converter **20 minutos** para **segundos**:

20. 60 = 1.200, ou seja, 20 minutos possuem 1.200 segundos.

Podemos também converter horas diretamente para segundos, basta sabermos que 1 hora equivale a 3.600 segundos.

Exemplo:

- Converter **3 horas** para **segundos**:

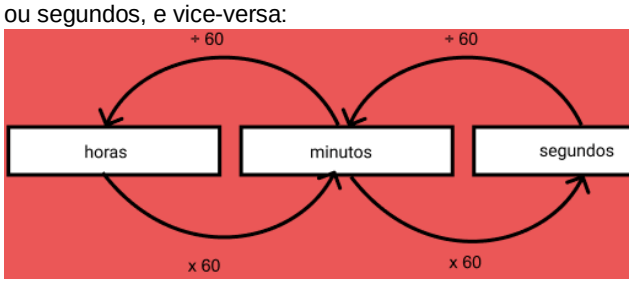
3 x 3.600 = 10.800, ou seja, 3 horas equivalem a 10.800 segundos.

Podemos também converter de segundos para hora ou de segundos para minutos. Veja:

Exemplo:

- Converter **180 segundos** para **minutos**:
  - **180 ÷ 60 = 3**, ou seja, 180 segundos equivalem a 3 minutos;
- Converter **5.000 segundos** para **horas**:
  - **5000 ÷ 3600 = 1,39**, ou seja, 5.000 segundos equivalem a aproximadamente 1 hora e 39 minutos.

Para ajudar na conversão, a imagem abaixo mostra como devemos fazer para converter de horas para minutos ou segundos, e vice-versa:



OUTRAS UNIDADES DE MEDIDAS DE TEMPO

O intervalo de tempo de uma rotação completa da terra equivale a 24h, que representa 1 dia.

O **mês** é o intervalo de tempo correspondente a determinado número de dias. Os meses de abril, junho, setembro, novembro têm 30 dias.

Já os meses de janeiro, março, maio, julho, agosto, outubro e dezembro possuem 31 dias. O mês de fevereiro normalmente têm 28 dias. Contudo, de 4 em 4 anos ele têm 29 dias.

O **ano** é o tempo que a Terra leva para dar uma volta completa ao redor do Sol. Normalmente, 1 ano corresponde a 365 dias, no entanto, de 4 em 4 anos o ano têm 366 dias (ano bissexto).

Na tabela abaixo relacionamos algumas dessas unidades:

Unidade	Corresponde a
1 dia	24 horas
1 semana	7 dias
1 quinzena	15 dias
1 bimestre	2 meses
1 trimestre	3 meses
1 quadrimestre	4 meses
1 semestre	6 meses
1 ano	365 dias ou 12 meses
1 década	10 anos
1 século	100 anos
1 milênio	1 000 anos

Múltiplos e submúltiplos do segundo

Quadro de unidades

Múltiplos		
minutos	**hora**	**dia**
min	h	d
60 s	60 min = 3.600 s	24 h = 1.440 min = 86.400s

São submúltiplos do segundo:

- décimo de segundo
- centésimo de segundo
- milésimo de segundo

Cuidado: nunca escreva 2,40h como forma de representar 2h40min, pois o sistema de medidas de tempo não é decimal. Observe:

$$2{,}40\,\text{h} = 2\,\text{h} + \frac{40}{100}\,\text{h} = 2\,\text{h e } 24 \text{ minutos}$$

$$\frac{40}{100} \cdot 60 \text{ minutos} = 24 \text{ minutos}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (F.M. SANTA CASA-SP) Considere-se o número 313131A, onde A representa o algarismo das unidades. Se esse número é divisível por 4, então o valor máximo que A pode assumir é:

A) 0
B) 2
C) 4
D) 6
E) 8

02. (UU-MG) O resto da divisão de um número **n** por 7 é 3; então:

A) $(n+3)$ é divisível por 7
B) $(n-3)$ é divisível por 7
C) $(n-4)$ é divisível por 7
D) $(n+4)$ é divisível por 7
E) $\frac{n}{3}$ é divisível por 7

03. (CESGRANRIO) Uma torneira enche um tanque em 4 horas. O ralo do tanque pode esvaziá-lo em 3 horas. Estando o tanque cheio, abrimos simultaneamente a torneira e o ralo. Então o tanque:

A) nunca se esvazia
B) esvazia-se em 1 hora
C) esvazia-se em 4 horas
D) esvazia-se em 7 horas
E) esvazia-se em 12 horas

04. (CESGRANRIO) Seja N o menor inteiro positivo cujo triplo é divisível por 9, 12 e 14. Então, a soma dos algarismos de N é:

A) 16
B) 15
C) 14
D) 13
E) 12

05. (UF-MG) Os restos das divisões de 247 e 315 por x são 7 e 3, respectivamente.d os restos das divisões de 167 e 213 por y são 5 e 3, respectivamente. O maior valor possível para a soma x + y é:

A) 36
B) 34
C) 30
D) 25
E) n.d.a.

06. (F.M. SANTA CASA-SP) A seguinte diferença $8^{0,666K} - 9^{0,5}$ é igual a:
A) 2
B) 1
C) $\sqrt{2} - 3$
D) -2
E) $-2\sqrt{2}$

07. (Polícia Rodoviária Federal) O valor de $\frac{1,5}{0,12} - \frac{0,01}{0,2}$ é de:
A) 0,75
B) 1,245
C) 1,25
D) 12,45
E) 2,5

08. (Polícia Rodoviária Federal) O valor de $\frac{0,3 \times 0,15 - 0,2}{0,4 \times 0,8 - 0,01}$ é de:
A) – 1/2
B) 43/31
C) 43/310
D) 1/2
E) 43/31

09. (Polícia Rodoviária Federal) O valor de $\frac{0,4 \times 0,12 - 0,03}{0,15 - 0,3}$
A) 3,75
B) 0,375
C) 0,12
D) -0,12
E) -0,375

10. (SUSEP) A dízima periódica 0,3777... é igual a:
A) 17/45
B) 34/45
C) 37/90
D) 34/99
E) 37/99

11. Considere a expressão: $0,999... + \frac{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{15}}$.
Efetuando as operações indicadas e simplificando, obtemos:
A) 9/10
B) 2
C) 19/10
D) 15/9
E) 1

12. (Caixa Econômica Federal) Se $x = (-2)^3 - (-1)^2 + (-3)^2 - (-2)^2$, então:
A) $x < -8$
B) $-8 < x < -5$
C) $-5 < x < -1$
D) $-1 < x < 7$
E) $x > 7$

13. (Magistério) Simplificando a expressão $\frac{\left(1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \div \frac{7}{12}}{0,333...}$ obtém-se:
A) 1/3
B) 1
C) 2
D) 3
E) 6

14. Sendo $E = \frac{0,2 \times 0,3}{3,2 - 2,0}$ e $F = 0,36 : 0,018$ então *E* x *F* vale:
A) 0,01
B) 0,1
C) 1
D) 10
E) 5

15. Seja $G = \left(0,999... + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{6}}\right)$ e $H = -\frac{7}{1 + \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}}$, então (2G – H) vale:
A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

16. (AFRE) Os ingressos para um teatro custam $ 400,00 mas os estudantes pagam $ 250,00. Num dia foram vendidos 120 ingressos e foi arrecadado um total de $ 43.200,00. O número de ingressos vendidos para estudantes, foi de:
A) 108
B) 72
C) 64
D) 54
E) 32

17. (AARE) Um negociante, num dia, recebeu 108 ovos, que os colocou em duas cestas. A um freguês vendeu 1/3 dos ovos da primeira cesta e a outro freguês vendeu 1/6 dos ovos da segunda cesta. As duas cestas têm agora o mesmo número de ovos. Quantos ovos havia em cada cesta.
A) 65 e 43
B) 60 e 48

C) 50 e 58
D) 70 e 38
E) 55 e 53

18. **(BB)** O carro A, movido a gasolina, consumiu 20 litros em 300 Km e o carro B, movido a álcool, consumiu 24 litros em 288 Km. O litro do álcool custa $360,00 e o da gasolina, $600,00. Supondo serem constantes os níveis de consumo de combustíveis, após 30.000 Km de percurso:

A) o carro B gastou $ 300.000,00 a menos que A
B) o carro A gastou $ 180.000,00 a menos que B
C) o carro A e o carro B gastaram a mesma quantia
D) o carro A gastou $ 250.000,00 a mais que B
E) o carro B gastou $ 200.000,00 a mais que A

19. **(BB)** A soma dos dois algarismos de um número é 12. Se trocarmos a ordem desses algarismos, o número aumenta em 18 unidades. Determine a terça parte desse número:

A) 16
B) 17
C) 18
D) 19
E) 20

20. **(BB)** O menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio, quando este indica 10h10min, é:

A) 85°
B) 95°
C) 105°
D) 115°
E) 125°

21. **(MPU)** Numa divisão o divisor é 14, o quociente é 26 e o resto é o maior possível. Qual é o dividendo.

A) 496
B) 378
C) 377
D) 376
E) 372

22. **(MPU)** Que horas são agora, se 1/4 do tempo que resta do dia é igual ao tempo já decorrido.

A) 8 horas
B) 4 horas
C) 4h 48 min
D) 6h 48min
E) 5h 48min

23. **(TRT)** A velocidade de um veículo é 72 Km/h. Essa velocidade é equivalente a:

A) 0,02 Km/seg
B) 0,2 Km/seg
C) 1,2 Km/seg
D) 2 Km/seg
E) 12Km/Seg

24. **(TRT)** Um setor de uma repartição recebeu um lote de processos. Desse lote, cada funcionário arquivou 15 processos, restando 5 processos. Se cada funcionário tivesse arquivado 8 processos, restariam 33. O número de funcionários desse setor é:

A) 4
B) 6
C) 7
D) 8
E) 10

25. **(TRE)** Dividindo-se um número natural X por 5, obtém quociente 33 e o resto é o maior possível. Esse número X é:

A) menor que 1 centena
B) maior que 2 centenas
C) igual a 3 centenas
D) quadrado perfeito
E) cubo perfeito

26. **(TTN)** Duas estações, A e B, de uma linha férrea, distam 180 Km. Um trem parte da estação A para B com a velocidade de 10 m/s; no mesmo instante, parte de B para A, um segundo trem, com velocidade de 5 m/s. A que distância de A se encontrarão.

A) 100 Km
B) 110 Km
C) 115 Km
D) 120 Km
E) 125 Km

27. **(BB)** Retirei, inicialmente, uma quinta parte de minha conta bancária. Depois saquei uma quarta parte do resto e ainda sobraram $ 7.500,00. Qual era o saldo.

A) 12.750,00
B) 12.500,00
C) 12.250,00
D) 10.200,00
E) 9.600,00

28. **(BB)** Gastei 5/12 do que tinha com gasolina; 3/8 com compras de mercadorias; 1/9 com despesas de hotel; com o restante saldei uma dívida de $35.000,00. Quantos quilômetros percorri sabendo-se que o litro de gasolina estava a $75,00 e meu carro fazia 10 Km/litro.

A) 200
B) 2.000
C) 2.200
D) 20.000
E) 22.000

29. **(BB)** Num escritório, 3 funcionários receberam 400 fichas cada um, para datilografar. Na hora do lanche o primeiro já havia cumprido 5/8 de sua tarefa, o segundo 3/5 e o terceiro 6/10. Quantas fichas restavam para ser datilografadas.

A) 470
B) 500
C) 610
D) 730
E) 950

30. **(TST)** Dois trabalhadores fazem juntos um serviço em 10 dias. Se um deles sozinho realiza a mesma tarefa em 15 dias, o outro seria capaz de realizar a mesma tarefa em:

A) 18 dias
B) 20 dias
C) 25 dias
D) 27 dias
E) 30 dias

GABARITO:

01	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**
D	B	E	E	C	B	D	A	C	A
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
B	C	E	C	E	E	B	A	D	D
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
C	C	A	A	D	D	B	D	A	E

ARITMÉTICA

A aritmética é a área da matemática que trata dos números e as operações entre eles.

As quatros operações da aritmética, a saber, são: **adição**, **subtração**, **multiplicação** e **divisão**.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS E FRACIONÁRIOS

Números Naturais

Os números naturais são aqueles que usamos diariamente para contar objetos, números. Por exemplo: 1, 2, 55, 325 e assim por diante. Com os números naturais e possível realizar diversas operações matemáticas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Veja:

- 24 + 50 = 74

Você iguala as casas das dezenas e faz a conta, adicionando números. A ordem dos números na adição não influencia no resultado.

- 89 – 70 = 19

Na subtração, é preciso retirar de um número para o outro. Pode ser que dê negativo também, entretanto, na maioria das vezes é preciso verificar se deve "emprestar" do número esquerdo para realizar a operação corretamente. A ordem dos números influencia o resultado em uma expressão maior.

- 5 x 100 = 500

A multiplicação dos números naturais envolve adicionar novos números, dobrando, triplicando o valor. Logo, 5 vezes o número 100 é a mesma coisa que 100 + 100 + 100 + 100 + 100. A ordem não influencia o resultado. O número um é um elemento neutro, não alterando o resultado.

- 30 / 2 = 15

Percebe-se que na divisão é possível descobrir qual o valor multiplicado leva ao primeiro número. Veja: 15 x 2 = 30. Essa divisão é exata. Há divisões que sobram o "resto" e há vírgulas, com números decimais também.

Números fracionários

Os números fracionários são aqueles representados por frações.

ADIÇÃO

A **adição** tem a finalidade de obter um número através de outros dois ou mais números. Por isso, quando somamos dois números, na verdade, estamos procurando um terceiro.

A adição é conhecida popularmente como **soma**. O ato de somar alguma coisa ocorre frequentemente no nosso cotidiano, como, por exemplo, somar o troco que recebemos de uma compra para confirmar se está correto.

O sinal indicativo é o sinal mais (**+**). Este é o operador aritmético da adição.

Na adição, os números antes do sinal de igual são chamados de **parcelas**, enquanto que o número depois da igualdade é a **soma** ou o **total** da adição.

Exemplo: 5 + 2 = 7

O número **5** e **2** no exemplo acima são chamados de **parcelas**, o sinal de mais (**+**) de **adição**, e o número **7** de **soma** ou **total**.

SUBTRAÇÃO

A finalidade da **subtração** é encontrar o inverso da adição, ou seja, ao contrário de adicionar alguma coisa com outra, o que fazemos é tirar, subtrair.

A subtração **é uma das quatros operações fundamentais da aritmética. Consiste em subtrair dois ou mais números tendo um outro número como resultado. O sinal indicativo da subtração é o "sinal de menos" (–).**

Os números antes do sinal de igual são chamados de **minuendo** e **subtraendo**. O valor após o sinal de igualdade é chamado de **diferença** ou **resto**.

Exemplos: 4 – 1 = 3

O número 4 é o minuendo, o 1 é o subtraendo e o 3 a diferença ou resto. Então, como deve ser lido? Assim: quanto teríamos de 4 se tirássemos 1? O resultado é a diferença, ou seja, o resultado após o que tiramos. E a diferença será 3.

Cuidado! Na subtração, trocar a ordem em que os valores são subtraídos tem resultado diferente. Que nesse caso será um valor com sinal trocado.

Exemplos: 4 – 1 = 3 e **1 – 4 = -3**

MULTIPLICAÇÃO

Multiplicar é somar sucessivas vezes um mesmo número. A **multiplicação** tem por finalidade simplificar esse processo. Então, ao invés de escrevermos: **2 + 2 + 2 + 2 = 8**. Escrevemos **4 x 2 = 8**. Isto deve ser lido assim: 4 vezes 2 é igual a 8. Ou seja, quantas vezes repetimos a soma do número 2, neste caso, 4.

O símbolo da multiplicação pode variar, no entanto tem o mesmo sentido: *****, **x** ou **.** (ponto).

Numa operação utilizando a multiplicação, o **multiplicador** e o **multiplicando** são chamados de **fatores**, e o resultado é o **produto** resultante da multiplicação.

Exemplos: ***10 x 2 = 20*** ou ***40 x 3 = 120*** ou ***2 . 1 = 2***

DIVISÃO

A **divisão** é o ato de dividir alguma coisa com outra. É também bastante utilizada no dia a dia. Como, por exemplo, ao dividirmos uma pizza, por exemplo.

Assim como a subtração é o inverso da adição, a divisão é o inverso da multiplicação.

O ato de dividir causa desarmonia em muitos casos. As pessoas não gostam de dividir, sempre multiplicar. Da mesma forma, subtrair não é muito bom e, sim, sempre somar, na maioria das vezes. Assim, veja o artigo sobre divisão para entender melhor.

Seu símbolo é o "÷". No entanto pode variar, por exemplo, no teclado do computador o símbolo adotado é a barra "**/**", em outros casos, "**:**".

A divisão é o ato de dividir em partes iguais para todos. O número que está sendo dividido em partes iguais é chamado de **dividendo**; o número que indica em quantas vezes vamos dividir é chamado de **divisor**; o resultado é chamado de **quociente**; o que sobra é chamado de **resto**.

Exemplos: 15 ÷ 2 = 7 (sobra 1, portanto tem-se resto 1)

Leia-se: "Quinze dividido por dois igual a 7"

No exemplo acima, 15 é o dividendo, 2, o divisor, 7, o quociente (resultado), e 1 é o resto, ou seja, o que sobra como resto dessa divisão. O resto existe quando a divisão não é exata, ou seja, quando o resto é diferente de zero.

EXERCÍCIOS SOBRE OPERAÇÕES (ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO, DIVISÃO)

EXERCÍCIOS SOBRE OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

01. Complete e ache a soma de: a+ b+ c+ d+ e, na tabela abaixo:

14	+	a	=	30
-		÷		+
20	÷	2	=	b
=		=		=
c		d		e

02. Se eu tinha em minha carteira, 20 reais e gastei com um lanche 12,00 e com refrigerante mais 5,00. Como paguei à vista, obtive um desconto de 2,00. Do troco, ainda emprestei a um colega 4,00. Qual o valor que me restou na carteira?

a) 2,00
b) 17,00
c) 15,00
d) 1,00

03. Em uma sala de aula, onde Pedro estuda, todos os lugares se encontram ocupados, os alunos estão sentados em filas e essas filas têm todas o mesmo número de lugares. O aluno Pedro tem:

– um aluno sentado à sua frente;
– dois alunos sentados atrás de si;
– três alunos sentados à sua direita;
– dois alunos sentadas à sua esquerda.

Quantos alunos existe na sala de Roberto?

a) 9
b) 18
c) 24
d) 32

04. Um pai tem 40 anos e seus filhos 6, 7 e 9 anos. Daqui a 10 anos, a soma das idades dos três filhos menos a idade do pai será de:

a) 2 anos
b) 3 anos
c) 11 anos
d) 13 anos

05. Em cada item, dê o nome da propriedade da adição:

a) 3 + 4 = 4 + 3 .....
b) 0 + 5 = 5 = 5 + 0 .....
c) (3 + 1) + 5 = 3 + (1 + 5).....
d) 9 + 3 +2 = 3 + 2 + 9 .....
e) 10 + (7 + 2) + 1 = (10 + 7) + 2 + 1 .....
f) 10 + 0 = 10 = 0 + 10 .....

06. Determine as somas:

a)36 + (18 + 14) = ...
b) (47 + 3) + 8 = ...
c) 26 + (5 + 5) = ...
d) (400 + 25) + (220 + 4) =.....
e) (24 + 3) + 8 + (2 + 6) = ...
f) 61 + 9 + (4 + 1) = ...
g) 0 + 4 + (2 + 3) = ...
h) 110 + 111 + 999 = ...
i) 778 + 222 = ...

07. Descubra como começou e continue:

01	06	11	16						
08	15	22	29						
09	15	21	27						

08. Substitua "**?**" pelos números adequados:

a) 8 + **?** = 8
b) **?** + 0 = x
c) 9 + **?** = 11
d) 7 + **?** = 12
e) 111 + **?** 200
f) 101 + **?** = 200
g) **?** + 10 = 19
h) **?** + 99 = 1000

09. Determine a diferença e verifique a equivalência:

a) 840 - 250 = ...
b) 304 - 104 = ...
c) 12000 - 3456 =.....
d) 1001 - 101 = ...
e) 10000 - 0 = ...
f) 414 - 202 = ...

10. Descubra o segredo de cada sequência e complete:

27	24	21								
94	88	82								
204	192	180								

11. Substitua "**? "** pelos números adequados:
a) 214 - **? =** 198
b) 998 - **? =** 14
c) **? -** 200 = 104
d) **? -** 111 = 999
e) **?** - 0 = 309
f) 345 - **?** = 345
g) 14 - **?** = 0
h) 26 - **?** = 1

12. Pensei em um número e a ele adicionei 30. Do resultado subtraí 10 e encontrei 80 . Em que número pensei?

13. Paguei as compras de R$ 268,00 com 3 notas de 100 reais. O caixa pediu 18 reais para facilitar o troco. De quanto foi o troco?

14. Numa adição, uma das parcelas é 148 e a soma é 301. Qual é a outra ?

15. Numa subtração, o subtraendo é 77 e a diferença é 308. Qual é o minuendo?

16. Dê o nome da propriedade que justifica a igualdade:
a) 9 x 4 = 4 x 9
b) 22 x 1 = 22 = 1 x 22
c) 2 x (4 x 5) = (2 x 4) x 5
d) 6 x 7 + 6 x 2 = 6 x (7 +2)
e) 1 x 100 = 100 = 100 x 1

17. Aplicando as propriedades da multiplicação encontre o valor da **?:**
a) 19 x ? = 28 x 19
b) 7 x ? = ? x 7
c) ? x (3 + 4) = 2 x 3 + 2 x 4
d) 3 x 8 + 3 x 2 = ? x (8 + 2)
e) 4 x 3 + ? x 1 = ? x (3 + 1)
f) 12 x ? = ? x 12
g) ? x (5 + 7) = 3 x 5 + 3 x 7
h) 6 x 0 + 6 x 2 = ? x (0 + 2)

18. Calcule as expressões:
a) 1 + 9 x 0 =
b) 2 + 8 . 0 =
c) 3 . 4 + 3 . 5 =
d) 2 . 8 + 2 . 3 =
e) 2 x 4 + 2 x 3 + 2 x 5 =
f) 3 x 5 - 3 x 3 =
g) 5 . 4 - 4 . 5 =
h) 7 . 4 - 3 . 8 =
i) 0 . 12 - 0 . 9 =

19. Substitua "**?"** pelos valores adequados e indique a propriedade aplicada:
a) 3 . 7 = 7 . **?**
b) 6 . 9 = **?** . 6
c) (7 . **?**) . 13 = 7 . (10 .13)
d) 5 . (8 + 6) = **?** . 8 + **?** . 6
e) 3 . (9 - 6) = 3 . **?** - 3 . **?**
f) 1 . 14 = 14 = 14 . **?**

20. Determine o quociente e o resto:
a) 842 ÷ 31
b) 1236 ÷ 54
c) 5348 **:** 63
d) 37511 **:** 107
e) 25713 ÷ 102
f) 138400 ÷ 1297
g) 3711 **:** 123
h) 1113 ÷ 13
i) 9999 ÷ 1109

21. Dê os divisores ou fatores de 36:

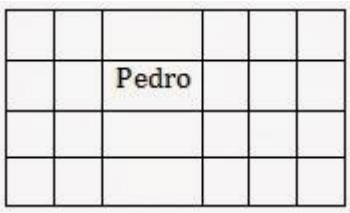
22. Qual o número que cada letra está representando**?**
a) 7 x a = 105
b) b ÷ 8 = 12
c) c : 11 = 154
d) 9 x d = 144
e) 18 x e = 342
f) 240 x f = 0
g) g ÷ 3 = 333

GABARITO:

01. a=16, b=10, c=-6, d=8, e=40 e a soma é **68**

02. Despesas: (17,00 - desconto 2,00) = 15,00
Empréstimo (colega) = 4,00
Total gasto: 19,00 → 20,00 - 19,00 = 1,00 (restou/troco) - **Letra D**

03. Veja que temos 4 filas com 6 alunos, logo: 4.6 = 24 alunos.→ **Letra C**



04. O pai terá daqui a 10 anos, 50 anos e os filhos terão: 16, 17 e 19 anos, logo: (16+17+19) - 50 = 52 - 50 = 2 → **letra A**

05. a) comutativa
05. b) elemento neutro
05. c) associativa
05. d) comutativa
05. e) associativa
05. f) elemento neutro

06. a) 68 **06.** b) 58 **06.** c) 36 **06.** d) 649 **06.** e) 43 **06.** f) 75 **06.** g) 9 **06.** h) 1220 **06.** i) 1000

07. a) 1, 6, 11,16, 21, 26, 31, 36, 41, 46
07. b) 8, 15, 22, 29, 36, 43, 50, 57, 64, 71
07. c) 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, 57, 63

08. a) 0 **08.** b) x **08**. c) 2 **08**. d) 5 **08.** e) 89 **08**. f) 99 **08**. g) 908 **08**. h) 90

09. a) 590 **09.** b) 200 **09.** c) 8544 **09.** d) 900 **09.** e) 10000 **09.** f) 212

10. a) 27, 24, 21, 18, 15, 12, 9, 6, 3,

10. b) 94, 88, 82, 76, 70, 64, 58, 52, 46, 40

10. c) 204, 192, 180, 168, 156, 144, 132, 120, 108, 96

11. a) 16 **11.**b) 984 11. c) 304 **11.** d) 1110 **11.** e) 309 **11.** f) 0 **11.** g) 14 **11.** h) 25

12. Pensei em 60

13. R$ 50,00

14. 153

15. 385

16. a) comutativa

16. b) elemento neutro

16. c) associativa

16. d) distributiva

16. e) elemento neutro

17. a) 2 **17.** b) 2 **17.** c) 2 **17.** d) 3 **17.** e) 4 **17.** f) 7 **17.** g) 3 **17.** h) 6

18. a) 1 **18.** b) 2 **18.** c) 2 **18.** d) 22 **18.** e) 120 **18.** f) 6 **18.** g) 0 **18.** h) 4 **18.** i) 0

19. a) 3 - comutativa

19. b) 9 - comutativa

19. c) 10 - associativa

19. d) 5 e 5 - distributiva

19. e) 9 e 6 - distributiva

19. f) 1 - elemento neutro

20. a) quociente = 27, resto = 5

20. b) quociente = 22, resto = 48

20. c) quociente = 84, resto = 56

20. d) quociente = 350, resto = 61

20. e) quociente = 252, resto = 9

20. f) quociente = 106, resto = 918

20. g) quociente = 30, resto = 21

20. h) quociente = 85, resto = 8

20. i) quociente = 9, resto = 18

21. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 12, 18, 36

22. a) 5 **22.** b) 96 **22.** c) 1694 **22.** d) **16** **22.** e) 19 **22.** f) 0 **22.** g) 999

SISTEMA DE MEDIDAS: COMPRIMENTO, SUPERFÍCIE, VOLUME, MASSA, CAPACIDADE E TEMPO.

A necessidade de medir grandeza levou o homem a estabelecer unidade(s) de medida(s) que pudessem facilitar principalmente as relações comerciais, exemplos: polegada, légua, alqueire, milha, palmo etc, que permanecem até hoje em evidência, pois não é fácil uma padronização, haja vista os diversos aspectos das atividades humanas. Veja o sistema métrico decimal estabelecido pelo Sistema Internacional de Unidade (SI).

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

I. UNIDADES FUNDAMENTAIS (MÚLTIPLOS E SUBMÚLTIPLOS)

	MÚLTIPLOS			U.F.	SUBMÚLTIPLOS		
Comprimento	km	hm	dam	**m**	dm	cm	mm
Massa	kg	hg	dag	**g**	dg	cg	mg
Capacidade	kl	hl	dal	**l**	dl	cl	ml
e							
Área	km^2	hm^2	dam^2	**m^2**	dm^2	cm^2	mm^2
Volume	km^3	hm^3	dam^3	**m^3**	dm^3	cm^3	mm^3

PREFIXOS:

MÚLTIPLOS: *quilo* (k) 1000; hecto (h) 100; deca (da) 10

	deci	d	0,1
SUBMÚLTIPLOS	centi	c	0,01
	mini	m	0,001

II - MEDIDAS AGRÁRIAS

1 há =100 aras =10.000m^2

1 are =100m^2

IMPORTANTE!!!

Conversão 1dm^3 = 1 litro

(água pura) → 1 litro = 1 Kg

III - PREFIXOS USADOS NO SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES (S.I)

PREFIXOS	SÍMBOLOS	FATOR PELO QUAL A UNIDADE É MULTIPLICADA
TERA	**T**	1.000.000.000.000 = 10^{12}
GIGA	**G**	1.000.000.000 = 10^9
MEGA	**M**	1.000.000 = 10^6
QUILO	**K**	1.000 = 10^3
HECTO	**h**	100 = 10^2
DECA	**da**	10

PREFIXOS	SÍMBOLOS	FATOR PELO QUAL A UNIDADE É MULTIPLICADA
DECI	**d**	0,1 = 10^{-1}
CENTI	**c**	0,01 = 10^{-2}
MILI	**m**	0,001 = 10^{-3}
MICRO	**μ**	0,000001 = 10^{-6}
NANO	**n**	0,000000001 = 10^{-9}
PICO	**p**	0,000000000001 = 10^{-12}
FENTO	**f**	0,000000000000001 = 10^{-15}
ATTO	**a**	0,00000000000000001=10^{-18}

IV - ALGUNS VALORES DO SISTEMA DE MEDIDAS NÃO-DECIMAL

UNIDADE	VALORES	UNIDADE	VALORES
POLEGADA	2,54cm	JARDA	81cm
PÉ	30,48cm	COVADO	61cm
PASSO	1,52m	CORDA	3,05m
PALMO	20,32cm	BRAÇA (BRASILEIRA)	2,2m
ESTÁDIO	190m	MILHA (BRASILEIRA)	2.200m
TOESA	1,83m	MILHA INTER.	1.852m
VARA	1,02m	LÉGUA (BRASILEIRA)	6.600m

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. Calcule o valor da expressão: em metros(m)

$$E = \frac{40cm + 9dm + 30dam}{5}$$

02. (CMF-96) Um reservatório, no formato de um paralelepípedo, contém água, até a sua metade. As dimensões do reservatório são: 0,8dam de comprimento; 30dm de largura e 420cm de altura. Qual a massa d'água desse reservatório, em quilograma (Kg)?

03. (M.P.U.) Um reservatório em forma de parale-lepípedo retângulo de 24,5 metros de comprimento, 1,6 decâmetro de largura e 0,045 hectômetro de profundidade, contém certa quantidade de leite. Sabendo-se que esse leite ocupa 3/5 da sua capacidade e que um litro dele pesa 1.020 gramas, o seu peso em toneladas é de:

a) 1.079,568
b) 5.397,84
c) 1.799,28
d) 1.079.568
e) 1.799.280

04. A expressão $2[2dm^3+2l] + 3[1000cm^3–1000ml]$ em litros vale:

a) 4
b) 6
c) 8
d) 10
e) 12

05. (B. do Brasil) Qual é a área de um terreno retangular que mede 300m de comprimento por 500m de largura?

a) 0,15ha
b) 1,5ha
c) 15ha
d) 150ha
e) 1500ha

06. (TTN) Uma tartaruga percorreu, num dia 6,05hm. No dia seguinte percorreu mais 0,72km e no terceiro dia, mais 12.500cm. Podemos dizer que essa tartaruga percorreu nos três dias uma distância de:

a) 1.450m
b) 12.506.77m
c) 14.500m
d) 12.506m
e) 1.250m

07. (T.S.T.) Um reservatório contém $1dam^3$, $2m^3$, $800dm^3$ e $1.200cm^3$ de água. A sua capacidade expressa em litros é:

a) 10.281,2
b) 102.812,0
c) 1.028.001,2
d) 100.281,2
e) 1.002.801,2

08. Quantos **ha** tem a superfície de um terreno ocupado por 600km de uma estrada cuja largura mede 15m?

a) 750ha
b) 800ha
c) 850ha
d) 900ha
e) 950ha

09. (B. do Brasil) Quantos ladrilhos de 0,2m x 0,2m são precisos para revestimento de uma sala de 5m de comprimento por 6m de largura?

a) 600
b) 650
c) 700
d) 750
e) 800

10. (B. do Brasil) Quanto gastará uma pessoa que deseja cercar uma chácara retangular medindo 400m por 200m, com estacas distantes 4m uma dá outra, custando R$ 2,00 cada?

a) R$ 120,00
b) R$ 160,00
c) R$ 240,00
d) R$ 330,00
e) R$ 600,00

11. (T.R.E.) Um terreno foi dividida em três lotes: o primeiro com uma área de $26dam^2$, o segundo com uma área de $7.450dm^2$ e o terceiro com uma área de 0,681 hm^2. A área total do terreno, em metros quadrados, é:

a) 1.452
b) 1.452,50
c) 9.475,50
d) 8.484,50
e) 9.484,50

12. (B. do Brasil) Determinar quantos litros de água recebe, por minuto, um reservatório, em forma de paralelepípedo retângulo, que mede 5 metros de comprimento, 3,5 metros de largura e 2 metros de profundidade, sabendo que ele se enche, totalmente, em 40 minutos:

a) 578 litros
b) 587 litros
c) 758 litros
d) 785 litros
e) 875 litros

13. (CMF-93) Em uma cozinha de 3m de comprimento, 2m de largura e de 2,80m de altura, as portas e janelas ocupam uma área de 4m . Para azulejar as 4 paredes, o pedreiro aconselhou a comprar de 10% a mais da metragem a ladrilhar. Qual a metragem de ladrilhos a comprar?

14. (CMF-93) Um tanque com 0,2dam de comprimento, 15dm de largura e 20cm de altura está cheio de água ate a borda. Ao se retirar um objeto que estava mergulhado no tanque a água desceu 0,067m, quantos litros de água tem o tanque?

15. (CMF-94) Um reservatório, de forma de paralelepípedo, com 2m de comprimento e 10dm de largura, contém óleo até os $\frac{3}{5}$ da altura. Esse óleo foi distribuído por 75 latas cúbicas de 20cm de aresta. Determine a altura do reservatório.

GABARITO

01	02	03	04	05
60,26m	50.400kg	A	C	C
06	**07**	**08**	**09**	**10**
A	D	D	D	E
11	**12**	**13**	**14**	**15**
E	E	$26,4m^2$	399	5

NOÇÕES DE LÓGICA.

A Lógica pode ser entendida como o estudo do raciocínio dedutivo. Seus primórdios remontam ao filósofo grego Aristóteles, com as suas leis do discurso.

Esse raciocínio dedutivo abordado na Lógica é composto por três instâncias: a LINGUAGEM + as REGRAS DE DEDUÇÃO/INFERÊNCIA + SEMÂNTICA. Vejamos cada uma dessas "camadas" a seguir.

Linguagem: é utilizada para descrever o conhecimento que se deseja representar. É o ponto de partida inicial.

Regras de Dedução/Inferência: estes servem para que se possa tirar conclusões a partir do conhecimento representado na linguagem.

Semântica: é o que dará significado aos objetos descritos na linguagem.

Divisões da Lógica

Alguns dos ramos de estudo da Lógica são os seguintes: Lógica Clássica Proposicional, Lógica Clássica de 1ª Ordem, Lógicas Modais (tempo, conhecimento, ações, programas), Lógicas Paraconsistentes, Lógicas Probabilistícas, entre outras.

Lógica Proposicional

Como forma de introdução ao tema, abordaremos a seguir algumas características da chamada Lógica Clássica Proposicional. Esse tipo de lógica está diretamente vinculada à linguagem proposicional. Trata-se de uma linguagem formal cujo objetivo é representar trechos de discurso de uma maneira precisa e sem ambiguidades.

Dito de outra forma, a Lógica Clássica Proposicional (vamos chamar de LCP daqui por diante) é um formalismo composto por:

- Linguagem formal: usada para representar conhecimento.
- Métodos de inferência: usados para representar raciocínio.

A principal finalidade dessa Lógica é, portanto, representar argumentos, isto é, sequências de sentenças em que uma delas é uma conclusão e as demais são premissas. A LCP serve para validar argumentos, isto é, verificar se sua conclusão é uma consequência lógica de suas premissas.

Quando se fala de LCP, fala-se de **proposição**. O que vem a ser isso?

Proposição nada mais é do que uma sentença declarativa, que pode ser verdadeira ou falsa, mas não as duas coisas ao mesmo tempo.

Valores Lógicos das Proposições

O valor lógico de uma proposição pode ser o de VERDADE, se a proposição for verdadeira, e FALSIDADE, se a proposição é FALSA.

Podemos abreviar esses valores lógicos (FALSIDADE e VERDADE) utilizando somente as letras V e F.

Um dos princípios fundamentais decorrentes desses valores lógicos é que "Toda proposição tem um, e um só, dos valores, ou V ou F".

Proposição Simples e Proposição Composta

Proposição simples ou atômica é aquela que não contem nenhuma outra proposição como parte integrante de si mesma. Elas são comumente designadas pelas letras latinas minúsculas p, q, r, s (letras proposicionais).

Exemplos de Proposições Simples ou Atômicas:

p: Carlos é careca.

q: Rogério é estudante.

r: O número 25 é quadrado perfeito

Proposição Composta ou Molecular, por sua vez, é aquela formada pela combinação de duas ou mais proposições. Essas são designadas pelas letras latinas maiúsculas P, Q, R, S (letras proposicionais).

Exemplos de proposições compostas:

P: Carlos é careca **e** Pedro é estudante.

Q: Carlos é careca **ou** Pedro é estudante.

R: **Se** Carlos é careca, **então** é feliz.

Conectivos

Os conectivos em LCP são palavras que usamos para formar novas proposições a partir de outras. Dito de outro modo, são operadores que servem para distinguir ou formar proposições mais complexas a partir de proposições mais simples. Exemplos:

P: O número 6 é par **e** o número 8 é cubo perfeito.

Q: Norma é professora **ou** é feliz.

R: **Não** está chovendo.

S: **Se** Jorge é engenheiro, **então** sabe matemática.

Podemos esquematizar os conectivos na tabela a seguir:

Exemplos de uso desses operadores:

$A \wedge B, A \vee B, A \rightarrow B, \neg A$

"Sócrates é um homem".

"Se Sócrates é um homem, então Sócrates é mortal".

A−Sócrates é um homem.

B−Sócrates é mortal.

A

$A \rightarrow B$

RACIOCÍNIO LÓGICO.

1. ESTRUTURAS LÓGICAS

1.1. PROPOSIÇÃO

Chamamos proposição toda oração declarativa que pode ser classificada em verdadeira ou falsa.

Então obrigatoriamente uma proposição assume as seguintes características:

I. é declarativa (não é interrogativa nem exclamativa)

II. tem um, e somente um, dos ***valores lógicos*: ou é verdadeira (V) ou é falsa (F)**. (Princípios da não contradição e do terceiro excluído).

Exemplos:

a) Sete é diferente de quatro. ($7 \neq 4$)

b) Oito é maior que vinte. ($8 > 20$)

c) Quinze é um número inteiro. ($15 \in Z$)

d) Três vezes dois é igual a seis. ($3.2 = 6$)

Todas as proposições acima são verdadeiras, exceto **b**.

Contra-exemplos:

a) Doze vezes dois mais três.

b) Seis é múltiplo de dois?

c) O dobro de um número inteiro é igual a oito.

1.2. PROPOSIÇÃO SIMPLES (OU ATÔMICA)

É representada por letras minúsculas: **p**, **q**, **t**, **u**, **v**,...

É formada exclusivamente por uma proposição.

Exemplos:

p: Fernanda Montenegro é atriz.

q: Carlos é rico.

1.3. PROPOSIÇÃO COMPOSTA (OU MOLECULAR)

É representada por letras maiúsculas: **P**, **Q**, **T**, **U**, **V**, ...

É formada pela combinação de duas ou mais proposições.

Exemplo:

U: Fernanda Montenegro é atriz e Carlos é rico.

1.4. CONECTIVOS

As proposições compostas são formadas ligando-se através de conectivos outras proposições simples.

Os conectivos mais usados são:

e: $\wedge$

ou: $\vee$

ou... ou...: $\veebar$

se ... então: $\Rightarrow$

...se e somente se... : $\Leftrightarrow$

1.5. OPERAÇÕES LÓGICAS SOBRE PROPOSIÇÕES

I. Negação

A partir de qualquer proposição sempre podemos construir outra, denominada *negação de p* e indicada com o símbolo ~p.

Exs.:

a) **p**: sete é diferente de quatro. ($7 \neq 4$)

~p: sete é igual a quatro. ($7 = 4$)

b) **q**: oito é maior que vinte. ($8 > 20$)

~q: oito é menor ou igual a vinte. ($8 < 20$)

c) **u**: quinze é número inteiro. ($15 \in Z$)

~u: quinze não é número inteiro. ($15 \notin Z$)

d) **v**: três vezes dois é igual a seis. ($3.2 = 6$)

~v: três vezes dois é diferente de seis. ($3.2 \neq 6$)

Para que **~p** seja realmente uma proposição devemos ser capazes de classificá-la em verdadeira (V) ou falsa (F).

A **proposição ~ *p*** tem sempre o valor oposto de *p*, isto é, *~p* é verdadeira quando *p* é falsa e *~p* é falsa quando p é verdadeira.

Esse critério está resumido na tabela abaixo, chamada ***tabela-verdade*** da proposição **~p.**

p	~p
V	F
F	V

II. Conectivo $\wedge$

Proposições compostas em que está presente o conectivo **"e"** são ditas **conjunções**.

Simbolicamente, esse conectivo pode ser representado por **"$\wedge$"**. Então, se temos a sentença:

"Marcos é médico e Maria é estudante"

... poderemos representá-la apenas por: **p$\wedge$q**

onde: p = *Marcos é médico* e q = *Maria é estudante*.

Como se revela o **valor lógico** de uma *proposição conjuntiva*? Da seguinte forma: uma **conjunção** só será verdadeira, se ambas as proposições componentes forem também verdadeiras. Então, diante da sentença *"Marcos é médico* ***e*** *Maria é estudante",* só poderemos concluir que esta proposição composta é **verdadeira** se for verdade, ao mesmo tempo, que *Marcos é médico* e que *Maria é estudante*.

Essas conclusões todas as quais acabamos de chegar podem ser resumidas em uma pequena tabela. Trata-se da **tabela-verdade**, de fácil construção e de fácil entendimento.

Retomemos as nossas premissas:

p = *Marcos é médico* e **q** = *Maria é estudante*.

p	q	p $\wedge$ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

É preciso que a informação constante da terceira coluna (em destaque) fique guardada em nossa memória: **uma conjunção só será verdadeira, quando ambas as partes que a compõem também forem verdadeiras. E falsa nos demais casos.**

Uma maneira de assimilar bem essa informação seria pensarmos nas sentenças simples como promessas de um pai a um filho**: *"eu te darei uma bola e te darei uma bicicleta".*** Ora, pergunte a qualquer criança! Ela vai entender que a promessa é para os dois presentes. Caso o pai não dê nenhum presente, ou dê apenas um deles, a promessa não terá sido cumprida. Terá sido falsa! No entanto, a promessa será verdadeira se as duas partes forem também verdadeiras!

III. Conectivo $\vee$

Recebe o nome de **disjunção** toda proposição composta em que as partes estejam unidas pelo conectivo **ou**. Simbolicamente, representaremos esse conectivo por "$\vee$". Portanto,se temos a sentença:

"Marcos é médico ou Maria é estudante"

... então a representaremos por: **p** ∨ **q**.

Seremos capazes de criar uma *tabela-verdade* para uma *proposição disjuntiva*? Claro! Basta nos lembrarmos da tal promessa do pai para seu filho! Vejamos**: *"eu te darei uma bola ou te darei uma bicicleta."*** Neste caso, a criança já sabe, de antemão, que a promessa é por apenas um dos presentes! Bola **ou** bicicleta! Ganhando de presente apenas um deles, a promessa do pai *já valeu*! Já foi verdadeira! E se o pai for *abastado* e resolver dar os dois presentes? Pense na cara do menino! Feliz ou triste? Felicíssimo! A promessa foi mais do que cumprida. Só haverá um caso, todavia, em que a bendita promessa não se cumprirá: se o pai esquecer o presente, e não der nem a bola e nem a bicicleta. Terá sido falsa toda a *disjunção*.

Daí, concluímos: **uma disjunção será falsa quando as duas partes que a compõem forem ambas falsas! E nos demais casos, a disjunção será verdadeira!** Teremos as possíveis situações:

Juntando tudo, teremos:

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

A promessa inteira só é falsa se as duas partes forem descumpridas!

IV. Conectivo ⩒

Há um terceiro tipo de proposição composta, bem parecido com a disjunção que acabamos que ver, mas com uma pequena diferença. Comparemos as duas sentenças abaixo:

"Te darei uma bola ou te darei uma bicicleta"

"ou te darei uma bola ou te darei uma bicicleta"

A diferença é sutil, mas importante. Reparemos que na primeira sentença vê-se facilmente que se a primeira parte for *verdade* (*te darei uma bola*), isso não impedirá que a segunda parte (*te darei uma bicicleta*) também o seja. Já na segunda proposição, se for verdade que "*te darei uma bola"*, então teremos que não será dada a bicicleta. E vice-versa, ou seja, se for verdade que "*te darei uma bicicleta"*, então teremos que não será dada a bola.

Ou seja, a segunda estrutura apresenta duas *situações mutuamente excludentes*, de sorte que apenas uma delas pode ser verdadeira, e a restante será necessariamente falsa. Ambas nunca poderão ser, ao mesmo tempo, verdadeiras; ambas nunca poderão ser, ao mesmo tempo, falsas.

Na segunda sentença acima, este tipo de construção é uma *disjunção exclusiva*, pela presença dos dois conectivos "ou", que determina que uma sentença é necessariamente verdadeira, e a outra, necessariamente falsa. Daí, o nome completo desta proposição composta é **disjunção exclusiva**.

E como fica a sua tabela-verdade? **Ora, uma *disjunção exclusiva* só será verdadeira se obedecer à mútua exclusão das sentenças.** Falando mais fácil: só será verdadeira se houver uma das sentenças verdadeira e a outra falsa. Nos demais casos, a *disjunção exclusiva* será falsa.

O símbolo que designa a *disjunção exclusiva* é o "⩒". E a tabela-verdade será, pois, a seguinte:

p	q	p ⩒ q
V	v	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

V. Condicional ⇒

Estamos agora falando de proposições como as que se seguem:

* **Se Pedro é médico, então Maria é dentista.**

* **Se amanhecer chovendo, então não irei à praia.**

Muita gente tem dificuldade em entender o funcionamento desse tipo de proposição.

Convém, para facilitar nosso entendimento, que trabalhemos com a seguinte sentença.

* Se nasci em Fortaleza, então sou cearense.

Cada um de vocês pode adaptar essa frase acima à sua realidade: troque Fortaleza pelo nome da sua cidade natal, e troque cearense pelo nome que se dá a quem nasce no seu Estado.

Por exemplo:

* **Se nasci em Belém, então sou paraense.**

* **Se nasci em Niterói, então sou fluminense.**

E assim por diante. Pronto?

Agora me responda: qual é a única maneira de essa proposição estar incorreta? Ora, só há um jeito de essa frase ser falsa: se a primeira parte for verdadeira, e a segunda for falsa. Ou seja, se é verdade que eu nasci em Fortaleza, então necessariamente é verdade que eu sou cearense.

Se alguém disser que é verdadeiro que eu nasci em Fortaleza, e que é falso que eu sou cearense, então este conjunto estará todo falso.

Percebam que o fato de *eu ter nascido em Fortaleza* é condição **suficiente** (basta isso!) para que se torne um resultado **necessário** que *eu seja cearense*. Mirem nessas palavras:

***suficiente* e *necessário*.**

- *Uma **condição suficiente** gera um **resultado necessário**.*

Percebam, pois, que se alguém disser que: ***"Pedro ser rico é condição suficiente para Maria ser médica"***, então nós podemos reescrever essa sentença, usando o *formato* da condicional.

Teremos:

- *"Pedro ser rico é condição suficiente para Maria ser médica"* é igual a:

- *"Se Pedro for rico, então Maria é médica"*

Por outro lado, se ocorrer de alguém disser que: ***"Maria ser médica é condição necessária***

***para que Pedro seja rico"*,** também poderemos traduzir isso de outra forma:

- ***"Maria ser médica é condição necessária para que Pedro seja rico"*** é igual a:

- ***"Se Pedro for rico, então Maria é médica"***

O conhecimento de como se faz essa *tradução* das palavras **suficiente** e **necessário** para o formato da *proposição condicional* já foi bastante exigido em questões de concursos.

Não podemos, pois esquecer disso:

*-Uma **condição suficiente** gera um **resultado necessário**.*

Pois bem! Como ficará nossa tabela-verdade, no caso da *proposição condicional*?

Pensaremos aqui pela via de exceção: só será falsa esta estrutura quando a houver a condição

suficiente, mas o resultado necessário não se confirmar. Ou seja, quando a primeira parte for verdadeira, e a segunda for falsa. Nos demais casos, a condicional será verdadeira.

p	q	p ⇒ q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

A sentença condicional "*Se **p**, então **q**" será representada por uma seta: **p ⇒ q**.*

*Na proposição "Se **p**, então **q**" , a proposição **p** é denominada de antecedente, enquanto a proposição **q** é dita consequente.*

As seguintes expressões podem se empregar como **equivalentes** de "**Se p, então q**":

***Se** A, então B. A é **condição suficiente** para B.*

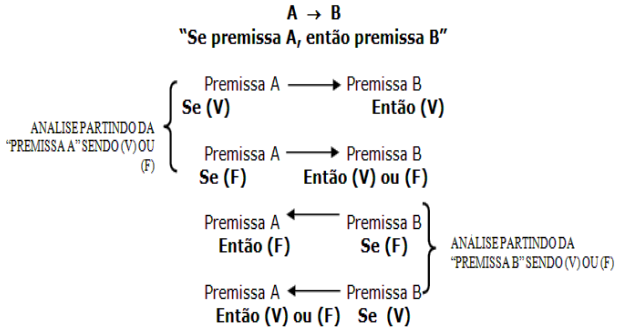
*B, **se** A. B é **condição necessária** para A.*

***Quando** A, B. A **somente se** B.*

*A **implica** B. **Todo** A é B.*

Daí, a proposição condicional: "***Se** chove, **então** faz frio*" poderá também ser dita das seguintes maneiras:

- **Se** chove, faz frio.
- Faz frio, **se** chove.
- **Quando** chove, faz frio.
- Chover **implica** fazer frio.
- Chover é ***condição*** **suficiente** para fazer frio.
- Fazer frio é ***condição*** **necessária** para chover.
- Chove **somente se** faz frio.
- **Toda** vez que chove, faz frio.



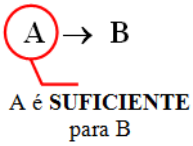
Do quadro acima podemos concluir que A → B é equivalente a

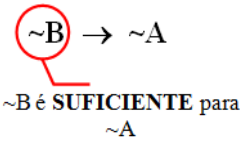
~B → ~A

"Se não for verdadeira a premissa B, então não será verdadeira a premissa A"

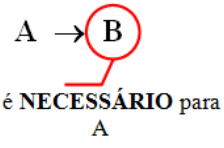
RESUMINDO:

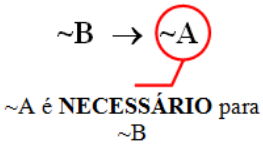
Quem está do lado **esquerdo** do condicional é sempre condição suficiente para quem fica do lado direito.



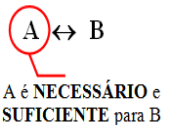


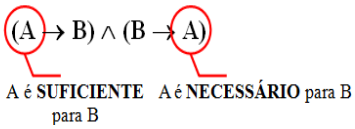
Quem está do lado **direito** do condicional é sempre condição necessária para quem fica do lado esquerdo.





Quem está do lado **esquerdo** do condicional é sempre condição suficiente para quem fica do lado direito.





VI. Bi-Condicional ⇔

A estrutura dita ***bi-condicional*** apresenta o conectivo *"**se e somente se**",* separando as duas sentenças simples.

Trata-se de uma proposição de fácil entendimento. Se alguém disser:

*-"Eduardo fica alegre **se e somente se** Mariana sorri".*

É o mesmo que fazer a conjunção entre as duas proposições condicionais:

*- "Eduardo fica alegre **somente se** Mariana sorri **e** Mariana sorri **somente se** Eduardo fica alegre".*

Ou ainda, dito de outra forma:

*- "Se Eduardo fica alegre, então Mariana sorri **e** se Mariana sorri, então Eduardo fica alegre".*

São construções de mesmo sentido!

Sabendo que a *bi-condicional* é uma *conjunção* entre duas *condicionais*, então a ***bi-condicional*** será **falsa** somente quando os valores lógicos das duas proposições que a compõem forem diferentes. Em suma: haverá duas situações em que a *bi-condicional* será verdadeira: quando antecedente e consequente forem ambos verdadeiros, ou quando forem ambos falsos. Nos demais casos, a *bi-condicional* será falsa.

Sabendo que a frase *"**p** se e somente se **q**"* é representada por **"p↔q"**, então nossa tabela verdade será a seguinte:

p	q	p ⇔ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Observação:

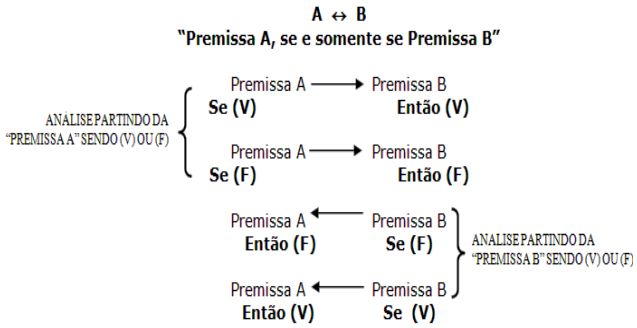
Uma proposição bi-condicional "**p se e somente se q**" equivale à proposição composta: "**se p então q e se q então p**", ou seja,

" **p ↔ q** " é a mesma coisa que " **(p → q) e (q → p)** "

São também **equivalentes** à bi-condicional "**p se e somente se q**" as seguintes expressões:

- *A **se e só se** B.*
- ***Se** A **então** B **e se** B **então** A.*
- *A **somente se** B **e** B **somente se** A.*
- *A é **condição suficiente** para B **e** B é **condição suficiente** para A.*
- *B é **condição necessária** para A **e** A é **condição necessária** para B.*
- ***Todo** A é B **e todo** B é A.*
- ***Todo** A é B **e** reciprocamente.*

Via de regra, em questões de prova, só se vê mesmo a bi-condicional no seu *formatotradicional*: ***"p se e somente se q".***



Do quadro acima podemos concluir que A ↔ B é equivalente a

~A ↔ ~B

"Premissa ~A, se e somente se Premissa ~B"

OBS.:

- **A** é condição necessária e suficiente para que **B** ocorra
- **B** é condição necessária e suficiente para que **A** ocorra

1.6. TAUTOLOGIAS

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições **p**, **q**, **r**, ... será dita uma

Tautologia se ela for **sempre verdadeira**, independentemente dos valores lógicos das proposições **p**, **q**, **r**, ... que a compõem.

Em palavras mais simples: para saber se uma proposição composta é uma *Tautologia*, construiremos a sua *tabela-verdade*! Daí, se a última coluna da *tabela-verdade* só apresentar *verdadeiro* (e nenhum *falso*), então estaremos diante de uma *Tautologia.* Só isso!

Exemplo: A proposição **(p ∧ q) → (p ∨ q)** é uma tautologia, pois é sempre verdadeira, independentemente dos valores lógicos de **p** e de **q**, como se pode observar na tabela-verdade abaixo:

1.7. CONTRADIÇÃO

Uma proposição composta formada por duas ou mais proposições **p**, **q**, **r**, ... será dita uma **contradição** se ela for **sempre falsa**, independentemente dos valores lógicos das proposições **p**,**q**, **r**, ... que a compõem.

Ou seja, construindo a *tabela-verdade* de uma proposição composta, se todos os resultados da última coluna forem *FALSO*, então estaremos diante de uma *contradição.*

Exemplo 1:

A proposição ***"p ↔ ~p" (p se e somente se não p)*** é uma *contradição*, pois é sempre falsa, independentemente do valor lógico de **p**, como se pode observar na tabela-verdade abaixo:

p	~p	p ↔ ~p
V	F	F
F	V	F

2. LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO

ARGUMENTO:

Chama-se *argumento* a afirmação de que um grupo de proposições iniciais redunda em uma outra proposição final, que será consequência das primeiras!

Dito de outra forma, *argumento* é a relação que associa um conjunto de proposições **p1**, **p2**,... **pn** , chamadas **premissas** do argumento, a uma proposição **c**, chamada de **conclusão** do argumento.

No lugar dos termos **premissa** e **conclusão** podem ser também usados os correspondentes **hipótese** e **tese**, respectivamente.

Vejamos alguns **exemplos de *argumentos*:**

Exemplo 1

p1: *Todos os cearenses são humoristas.*
p2: *Todos os humoristas gostam de música.*
c: *Todos os cearenses gostam de música.*

Exemplo 2

p1: *Todos os cientistas são loucos.*
p2: Martiniano *é louco.*
c : Martiniano *é um cientista.*

O tipo de *argumento* ilustrado nos exemplos acima é chamado **silogismo**. Ou seja, *silogismo* é aquele *argumento* formado por duas premissas e a conclusão.

Estaremos, em nosso estudo dos *argumentos lógicos*, interessados em verificar se eles são **válidos** ou **inválidos**! É isso o que interessa. Então, passemos a seguir a entender o que significa um *argumento válido* e um *argumento inválido*.

ARGUMENTO VÁLIDO:

Dizemos que um argumento é **válido** (ou ainda **legítimo** ou **bem construído**), quando a sua conclusão é uma **consequência obrigatória** do seu conjunto de premissas.

Veremos em alguns exemplos adiante que as premissas e a própria conclusão poderão ser visivelmente falsas (e até absurdas!), e o argumento, ainda assim, será considerado válido. Isto pode ocorrer porque, na Lógica, o estudo dos argumentos não leva em conta a verdade ou a falsidade das premissas que compõem o argumento, mas tão somente a **validade** deste.

Exemplo: O silogismo...

p1: *Todos os homens são pássaros.*
p2: *Nenhum* pássaro *é animal.*
c: *Portanto, nenhum homem é animal.*

... está perfeitamente bem construído, sendo, portanto, um *argumento válido*, muito embora a veracidade das premissas e da conclusão sejam totalmente questionáveis.

Repetindo: o que vale é a *construção*, e não o seu *conteúdo*! Ficou claro? Se a *construção* está perfeita, então o argumento é *válido*, independentemente do conteúdo das premissas ou da conclusão!

ARGUMENTO INVÁLIDO:

Dizemos que um argumento é **inválido** – também denominado **ilegítimo**, **mal construído, falacioso** ou **sofisma** – quando a verdade das premissas **não é suficiente** para garantir a verdade da conclusão.

Entenderemos melhor com um exemplo.

Exemplo:

p1: *Todas as crianças gostam de chocolate.*
p2: *Patrícia não é criança.*
c: *Portanto, Patrícia não gosta de chocolate.*

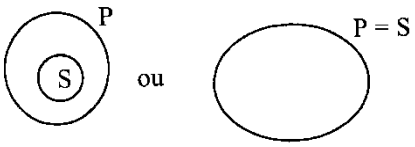
Veremos a seguir que este é um argumento inválido, falacioso, mal construído, pois as premissas **não garantem** (**não obrigam**) a verdade da conclusão.

Patrícia pode gostar de chocolate mesmo que não seja criança, pois a primeira premissa não afirmou que **somente** as crianças gostam de chocolate.

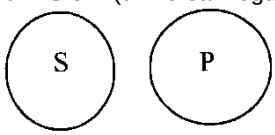
3. DIAGRAMA DE EULER

Para analisar os argumentos, poderemos usar o ***diagrama de Euler.***

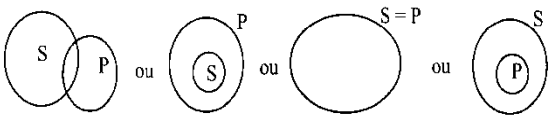
1. Todo S é P (universal afirmativa – A)



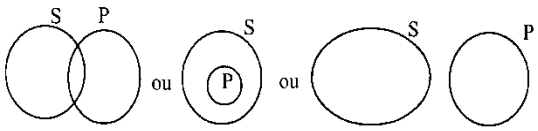
2. Nenhum S é P (universal negativa – E)



3. Algum S é P (particular afirmativo – I)



4. Algum S não é P (particular negativa – O)



4. PARTÍCULA "não": (NEGAÇÃO)

Veremos algo de suma importância: como negar uma proposição.

No caso de uma proposição simples, não poderia ser mais fácil: basta pôr a palavra não antes da sentença, e já a tornamos uma negativa.

Exemplos:

→ João é médico. **Negativa**: João não é médico.

→ Maria é estudante. **Negativa**: Maria não é estudante.

Reparemos que, caso a sentença original já seja uma negativa (já traga a palavra não), então para negar a negativa, teremos que excluir a palavra não. Assim:

→ João não é médico. **Negativa**: João é médico.

→ Maria não é estudante. **Negativa**: Maria é estudante.

O símbolo que representa a negação é uma pequena cantoneira (¬) ou um sinal de til (~), antecedendo a frase. (Adotaremos o til). Assim, a tabela-verdade da negação é mais simplificada que as demais já vistas.

Teremos:

p	~p
V	F
F	V

Podem-se empregar, também, como equivalentes de "**não A**", as seguintes expressões:

→ **Não é verdade que A.**

→ **É falso que A.**

Daí as seguintes frases são equivalentes:

→ Lógica **não** é fácil.

→ **Não é verdade que** Lógica é fácil

→ **É falso que** Lógica é fácil.

5. NEGATIVA DE UMA PROPOSIÇÃO COMPOSTA

O que veremos aqui seria o suficiente para acertarmos algumas questões de concurso. Já sabemos negar uma proposição simples. Mas, e se for uma proposição composta, como fica? Ai, dependerá de qual é a estrutura em que se encontra essa proposição.

Veremos, pois, uma a uma:

5.1 Negação de uma Proposição Conjuntiva: ~(p e q)

Para negarmos uma proposição no formato de conjunção (p

e q), faremos o seguinte:

1) Negaremos a primeira (~p);

2) Negaremos a segunda (~q);

3) Trocaremos **e** por **ou**.

E só!

Daí, a questão dirá: "*Não é verdade que João é médico e Pedro é dentista*", e pedirá que encontremos, entre as opções de resposta, aquela frase que seja logicamente equivalente a esta fornecida.

Analisemos: o começo da sentença é "*não é verdade que...* ". Ora, dizer que "*não é verdade que...*" é nada mais nada menos que negar o que vem em seguida.

E o que vem em seguida? Uma estrutura de conjunção!

Daí, como negaremos que "João é médico e Pedro é dentista"? Da forma explicada acima:

1) Nega-se a primeira parte: (~p): "João **não** é médico"
2) Nega-se a segunda parte: (~q): "Pedro **não** é dentista"
3) Troca-se **e** por **ou**, e o resultado final será o seguinte:

→ "*João não é médico **ou** Pedro não é dentista*".

Traduzindo para a linguagem da lógica, diremos que:

$$\boxed{\sim(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q}$$

Como fomos chegar, à essa conclusão? Ora, por meio da comparação entre as tabelas verdade das duas proposições acima. Vejamos como foi isso. Primeiro, trabalhemos a tabela verdade do **~(p ∧ q).**

Tudo começa com aquele formato básico, que já é nosso conhecido:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Daí, faremos a próxima coluna, que é a da *conjunção* (e) Teremos

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Por fim, construiremos a coluna que é a negativa desta terceira. Ora, já sabemos que com a negativa, o que é verdadeiro vira falso, e o que é falso vira verdadeiro.

Logo, teremos:

p	q	p ∧ q	~(p ∧ q)
V	V	V	F
V	F	F	V
F	V	F	V
F	F	F	V

Guardemos, pois, essa última coluna (em destaque). Ela representa o *resultado lógico* da estrutura ~(p ∧ q).

Agora, construamos a tabela-verdade da estrutura ~p ∨ ~q, e comparemos os resultados.

No início, teremos:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Faremos, agora as duas colunas das duas negativas, de **p** e de **q**. Para isso, conforme já sabemos, quem for **V** virara **F**, e vice-versa. Teremos:

p	q	~p	~q
V	V	F	F
V	F	F	V
P	V	V	F
F	F	V	V

Agora, passemos à coluna final: **~p ∨ ~q**. Aqui nos lembraremos de como funciona uma disjunção. A *disjunção* é a estrutura do ou. Para ser verdadeira, basta que uma das sentenças também o seja. Daí, teremos:

Finalmente, comparemos a coluna resultado (em destaque) desta estrutura **(~p ∨ ~q)** com aquela que estava guardada da estrutura **~(p ∧ q)**.

Teremos:

~(p ∧ q)
F
V
V
V

~p ∨ ~q
F
V
V
V

Resultados idênticos! Daí, do *ponto de vista lógico*, para negar **p** e **q**, negaremos **p**, negaremos **q**, e trocaremos **e** por **ou**.

Já sabendo disso, não perderemos tempo na prova construindo tabela-verdade para saber como se faz a negativa de uma conjunção! Esse exercício que fizemos acima, de comparar as colunas-resultado das duas tabelas, serviu apenas para explicar a origem dessa equivalência lógica.

Ou seja, para dizer se uma proposição é, do ponto de vista lógico, equivalente a outra, basta fazer uma comparação entre suas tabelas-verdade concluídas.

5.2 Negação de uma Proposição Disjuntiva: ~(p ou q)

Para negarmos uma proposição no formato de disjunção (p ou q), faremos o seguinte:

1) Negaremos a primeira (~p);
2) Negaremos a segunda (~q);
3) Trocaremos **ou** por **e**.

Se uma questão de prova disser; "Marque a assertiva que é logicamente equivalente à seguinte frase: Não é verdade que Pedro é dentista ou Paulo é engenheiro".

Pensemos: a frase em tela começa com um "*não é verdade que...* ", ou seja, o que se segue está sendo negado! E o que e segue é uma estrutura em forma de disjunção. Daí, obedecendo aos passos descritos acima, faremos:

1) Nega-se a primeira parte: (~p): "Pedro não é dentista"
2) Nega-se a segunda parte: (~q): "Paulo não é engenheiro"
3) Troca-se **ou** por **e**, e o resultado final será o seguinte:

→ *"Pedro não é dentista* ***e*** *Paulo* ***não*** *é engenheiro".*

Na linguagem apropriada, concluiremos que:

~(p ∨ q) = ~p ∧ ~q

Se formos curiosos, poderemos fazer a comprovação – via tabelas-verdade - desta conclusão acima. Somos curiosos? Claro! Tomemos a primeira parte: ~(p v q). Teremos, de início:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Depois, construindo a coluna da disjunção (**p ou q**), teremos:

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Finalmente, fazendo a negação da coluna da disjunção, teremos:

p	q	p ∨ q	~(p ∨ q)
V	V	V	F
V	F	V	F
F	V	V	F
F	F	F	V

Guardemos essa coluna resultado para o final. E passemos à segunda parte da análise: a estrutura **~p ∧ ~q**. Teremos, a princípio, o seguinte:

p	q
V	V
V	F
F	V
F	F

Construindo-se as colunas das negações de **p** e de **q**, teremos:

p	q	~p	~q
V	V	F	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

Finalmente, fazendo a conjunção **~p e ~q**, teremos o seguinte resultado:

p	q	~p	~q	~p ∧ ~q
V	V	F	F	F
V	F	F	V	F
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Concluindo, comparemos a coluna resultado (em destaque) desta estrutura **(~p ∧ ~q)** com aquela que estava *guardada* da estrutura **~(p ∨ q)**. Teremos

~(p ∨ q)		~p ∧ ~q
F		F
F	=	F
F		F
V		V

Resultados idênticos! Daí, do ponto de vista lógico, para negar **"p ou q"**, negaremos **p**, negaremos **q**, e trocaremos **ou** por **e**.

5.3 Negação de uma Proposição Condicional: ~(p → q)

Esta negativa é a mais cobrada em prova! Já, já, veremos exercícios de concursos bem recentes. Como é que se nega uma condicional? Da seguinte forma:

1°) Mantém-se a primeira parte; e

2°) Nega-se a segunda.

Por exemplo, como seria a negativa de "Se chover, então levarei o guarda-chuva"?

1°) Mantendo a primeira parte: "Chove" **e**

2°) Negando a segunda parte: "eu não levo o guarda-chuva".

Resultado final: "Chove e eu não levo o guarda-chuva".

Na linguagem lógica, teremos que:

~(p → q) = p ∧ ~q

Vejamos a questão seguinte, que caiu na prova de Gestor Fazendário de Minas Gerais:

(GFAZ/MG-2005) A afirmação "Não é verdade que, se Pedro está em Roma, então Paulo está em Paris" é logicamente equivalente à afirmação:

a) É verdade que 'Pedro está em Roma e Paulo está em Paris'.

b) Não é verdade que 'Pedro está em Roma ou Paulo não está em Paris'.

c) Não é verdade que 'Pedro não está em Roma ou Paulo não está em Paris'.

d) Não é verdade que "Pedro não está em Roma ou Paulo está em Paris".

e) É verdade que 'Pedro está em Roma ou Paulo está em Paris'.

Solução:

Vamos pensar juntos. Vejamos que a frase em análise começa com "não é verdade que...". Logo, estamos lidando com uma negação! E o que se segue a esta negação? Uma proposição condicional, ou seja, uma sentença do tipo "Se p, então q'.

Daí, recordaremos aquilo que acabamos de aprender: para negar uma *condicional*, manteremos a primeira parte e negaremos a segunda. Teremos:

1) Mantendo a primeira parte: "Pedro está em Roma" e

2) Negando a segunda parte: "Paulo não está em Paris".

O resultado ficou assim: **"Pedro está em Roma e Paulo não está em Paris".**

Daí, procuraremos entre as opções de resposta, alguma que diga justamente que: "*É verdade que 'Pedro está em Roma e Paulo não está em Paris*". Encontramos? Não encontramos! Só há duas opções de resposta que começam com *'É verdade que...*', que são as letras **a** e **e**. Estão, pois, descartadas essas duas opções.

Restam as letras **b**, **c** e **d**. Todas essas começam com "Não é verdade que... ". Ou seja, começam com uma negação! Daí, fica claro perceber que o que precisamos fazer agora é encontrar uma proposição cuja negativa resulte exatamente na frase **Pedro está em Roma e Paulo não está em Paris**, a qual havíamos chegado.

Ou seja, a proposição **Pedro está em Roma a Paulo não está em Paris** será o resultado de uma negação!

Ora, aprendemos há pouco que negando uma disjunção (ou), chegaremos a uma *conjunção* (e), e vice-versa.

Vejamos:

~(p ∧ q) = ~p ∨ ~q e ~(p ∨ q) = ~p ∧ ~q

Estamos com o segundo caso, em que o resultado é uma *conjunção* (**e**):

~(p ∨ q) = ~p ∨ ~q

Observem que **Pedro está em Roma e Paulo não está em Paris** corresponde ao resultado **~p ∧ ~q**, que é a segunda parte da igualdade.

Estamos à procura da primeira parte, que é **~(p ∨ q).**

Logo, teremos que:

→ o **til** (~) corresponde a: "*Não é verdade que...* "

→ o **p** corresponde a: *"Pedro não está em Roma"*;

→ o ∨ corresponde a **ou**;

→ o **q** corresponde a: "*Paulo está em Paris"*.

E chegamos a: ***"Não é verdade que Pedro não está em Roma ou Paulo está em Paris".***

Esta é nossa resposta! Letra **d**.

Vejamos o caminho que foi trilhado, até chegarmos à resposta:

1°) Fizemos a negação de uma proposição condicional (se...então). O resultado deste primeiro passo é sempre uma *conjunção* (**e**).

2°) Achamos a proposição equivalente à conjunção encontrada no primeiro passo.

Na sequência, apresentaremos duas tabelas que trazem um resumo das relações vistas até este momento.

Vejamos:

estrutura lógica	**é verdade quando**	**é falso quando**
p ∧ q	p e q são, ambos, verdade	um dos dois for falso
p ∨ q	um dos dois for verdade	p e q, ambos, são falsos
p → q	nos demais casos	p é verdade e q é falso
p ↔ q	p e q tiverem valorei lógicos iguais	p e q tiverem valores lógicos diferentes
~p	p é falso	p é verdade

Negativas das Proposições Compostas:

negação de (p e q)	é	~p ou ~q
negação de (p ou q)	é	~p e ~q
negação de (p → q)	é	p e ~q
negação de (p ↔ q)	é	[(p e ~q) ou (q e~p)]

Encerraremos com uma lista de questões de concurso, as quais poderemos tentar resolver somente com os conhecimentos já adquiridos. É o nosso...

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R1. (ESAF) Se Beto briga com Glória, então Glória vai ao cinema. Se Glória vai ao cinema, então Carla fica em casa. Se Carla fica em casa, então Raul briga com Carla. Ora, Raul não briga com Carla. Logo,

a) Carla não fica em casa e Beto não briga com Glória.
b) Carla fica em casa e Glória vai ao cinema.
c) Carla não fica em casa e Glória vai ao cinema.
d) Glória vai ao cinema e Beto briga com Glória.
e) Glória não vai ao cinema e Beto briga com Glória.

Solução:

Lembramos que a Contra-positiva de $p \rightarrow q$ é equivalente a $\sim q \rightarrow \sim p$.

Daí teremos,

Se Raul não briga com Carla, então

Carla não fica em casa.

Se Carla não fica em casa, então

Glória não vai ao cinema

Se Glória não vai ao cinema, então

Beto não briga com Glória

Logo a única opção correta é:

a) Carla não fica em casa e Beto não briga com Glória.

R2. (ESAF) Se Carlos é mais velho do que Pedro, então Maria e Julia tem a mesma idade. Se Maria e Julia tem a mesma idade, então João é mais moço do que Pedro. Se João é mais moço do que Pedro, então Carlos é mais velho do que Maria. Ora, Carlos não é mais velho do que Maria. Então;

a) Carlos não é mais velho do que Leila, e João é mais moço do que Pedro.
b) Carlos é mais velho que Pedro, e Maria e Julia tem a mesma idade.
c) Carlos e João são mais moços do que Pedro.
d) Carlos é mais velho do que Pedro, e João é mais moço do que Pedro.
e) Carlos não é mais velho do que Pedro, e Maria e Julia não tem a mesma idade.

Solução:

Se Carlos não é mais velho do que Maria, então

João não é mais moço que Pedro

Se João não é mais moço que Pedro, então

Maria e Julia não tem a mesma idade

Se Maria e Julia não tem a mesma idade, então

Carlos não é mais velho que Pedro

Logo, a única opção correta é:

e) Carlos não é mais velho do que Pedro, e Maria e Julia não tem a mesma idade.

R3. Sejam as declarações:

Se ele me ama então ele casa comigo.

Se ele casa comigo então não vou trabalhar.

Ora, se vou ter que trabalhar podemos concluir que:

a) Ele é pobre mas me ama.
b) Ele é rico mas é pão duro.
c) Ele não me ama e eu gosto de trabalhar.
d) Ele não casa comigo e não vou trabalhar.
e) Ele não me ama e não casa comigo.

Solução:

Opção correta: E

Vou trabalhar, então, ele não casou comigo.

Ele não casou comigo, então, não me ama.

Logo, ele não me ama e não casa comigo.

R4. Considere que os argumentos são verdadeiros:

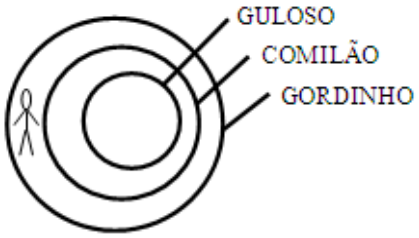
- Todo comilão é gordinho;
- Todo guloso é comilão;

Com base nesses argumentos, é correto afirmar que:

a) Todo gordinho é guloso.
b) Todo comilão não é guloso.
c) Pode existir gordinho que não é guloso.
d) Existem gulosos que não são comilões.
e) Pode existir guloso que não é gordinho.

Solução:

Do enunciado temos os conjuntos:



Portanto, podemos concluir que pode existir gordinho que não seja guloso.

R5. (IPAD) Supondo que "todos os cientistas são objetivos e que alguns filósofos também o são", podemos logicamente concluir que:

a) não pode haver cientista filósofo.
b) algum filósofo é cientista.
c) se algum filósofo é cientista, então ele é objetivo.
d) alguns cientistas não são filósofos.
e) nenhum filósofo é objetivo.

Solução:

Dadas as premissas:

A: "todos os cientistas são objetivos"

B: "alguns filósofos são objetivos"

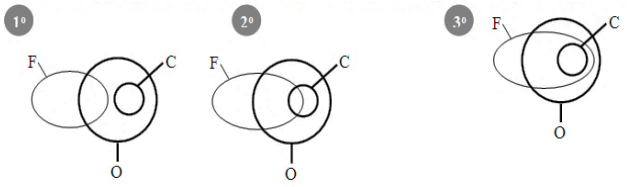
Sejam

O – Objetivos

C – Cientistas

F – Filósofos

Do enunciado, para satisfazer as premissas A e B, temos os seguintes diagramas possíveis:



Dessa forma, temos que "se algum filósofo é cientista" ele fica de acordo com o 2º ou 3º diagrama, o que implica necessariamente que "esse filósofo será objetivo", pois "todo cientista é objetivo".

Resposta: C

R6. Através de uma pesquisa, descobriu-se que “nenhum politico é honesto” e que “alguns advogados são honestos”. Dessa forma, aponte o único item errado.

a) É possível que alguns políticos sejam advogados.

b) Alguns advogados não são políticos.

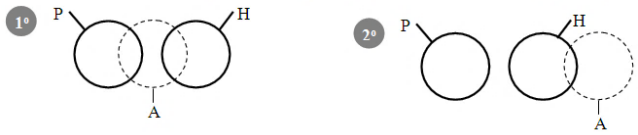
c) É impossível que algum advogado seja político.

d) Há possibilidade de que nenhum político seja advogado.

e) Pode ou não haver advogado político.

Solução:

Do enunciado temos os possíveis diagramas, que satisfazem as condições impostas:



CUIDADO! Não podemos afirmar que “existe A que é P”, nem tão pouco dizer que “não existe A que é P”. O fato é que pode ou não existir A que seja P, ou seja, podemos até afirmar que “é possível existir um A que seja P”, ou ainda, “é possível que não exista A que seja P”. Então, será errado dizer que “é impossível que um A seja P”.

Resposta: C

R7. Aponte a negação da proposição “Ribamar é advogado ou é inocente”.

a) Ribamar é advogado e é inocente

b) Não é verdade que Ribamar é advogado e é inocente

c) Ribamar não é advogado e é culpado

d) Ribamar não é advogado ou é culpado

Solução:

Sendo A∨B: “Ribamar é advogado ou é inocente”, então sua negação pode ser dada por ~(A∨B): “Não é verdade que Ribamar é advogado ou é inocente”, ou ainda por ~A∧~B: “Ribamar não é advogado e é culpado”. (lembre-se que na disjunção “ou” pelo menos uma das proposições tem que ser verdadeira)

R8. Todos acreditam que: “Cão que late, não morde”. Considerando verdadeira essa afirmação, então pode-se concluir que:

a) Um cão pode latir e mesmo assim me morder.

b) Se um cão não latir irá morder.

c) Se um cão não morder é por que ele latiu.

d) Se um animal latir e morder, ele não é um cão.

e) Todos os animais que não mordem são cães.

Solução:

Se todo cão que late, não morde, então se um animal latir ele pode ser um cão, pois caso contrário ele não teria mordido.

Se um cão latir e morder, fará com que a afirmação fique falsa.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (Fiscal Recife/2003) Pedro, após visita uma aldeia distante, afirmou: "Não é verdade que todos os aldeões daquela aldeia não dormem a sesta". A condição necessária e suficiente para que a afirmação de Pedro seja verdadeira é que seja verdadeira a seguinte proposição:

a) No máximo um aldeão daquela aldeia não dorme a sesta.

b) Todos os aldeões daquela aldeia dormem a sesta.

c) Pelo menos um aldeão daquela aldeia dorme a sesta.

d) Nenhum aldeão daquela aldeia não dorme a sesta.

e) Nenhum aldeão daquela aldeia dorme a sesta.

02. (AFC/2002) Dizer que não é verdade que Pedro é pobre e Alberto é alto, é logicamente equivalente a dizer que é verdade que;

a) Pedro não é pobre ou Alberto não é alto.

b) Pedro não é pobre e Alberto não é alto.

c) Pedro é pobre ou Alberto não é alto;

d) se Pedro não é pobre, então Alberto é alto.

e) se Pedro não é pobre, então Alberto não é alto.

03. (CVM/2000) Dizer que a afirmação "todos os economistas são médicos" é falsa, do ponto de vista lógico, equivale a dizer que a seguinte afirmação é verdadeira:

a) pelo menos um economista não é médico

b) nenhum economista é médico

c) nenhum médico é economista

d) pelo menos um médico não é economista

e) todos os não médicos são não economistas

04. (Fiscal Trabalho/98) A negação a afirmação condicional "se estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva" é:

a) se não estiver chovendo, eu levo o guarda-chuva

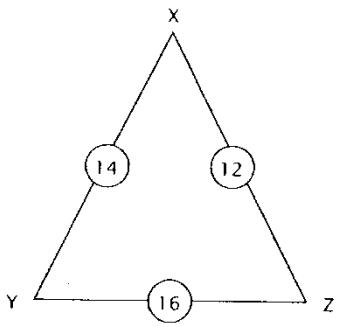
b) não está chovendo e eu levo o guarda-chuva

c) não está chovendo e eu não levo o guarda-chuva

d) se estiver chovendo, eu não levo ó guarda-chuva

e) está chovendo e eu não levo o guarda-chuva

05. (BACEN/94) Se considerarmos que cada valor expresso nos círculos representa a soma dos números que estão nos dois vértices que delimitam o respectivo lado do triângulo, a soma dos valores correspondentes aos vértices deste triângulo será igual a:



a) 21

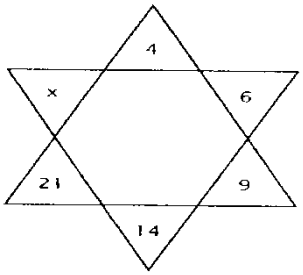
b) 25;

c) 30;

d) 35;

e) 40.

06 . Considere os números escritos nos pequenos triângulos das pontas da figura abaixo e determine o valor de x.



a) 29.
b) 30.
c) 31.
d) 32.
e) 33.

07. Observe a sequência a seguir e descubra o próximo termo: 1, 8, 27, 64, ...
a) 88.
b) 125.
c) 100.
d) 96.
e) 216.

08. Dada a sequência (1/4, 9/4, 9/16, 25/16, 25/36, a/b, ...), onde a/b é uma fração irredutível, então a–b é:
a) 11
b) 13
c) 18
d) 23

09. (FT-98) De três irmãos - José, Adriano e Caio -, sabe-se que ou José é o mais velho, ou Adriano é o mais moço. Sabe-se, também, que ou Adriano é o mais velho, ou Caio é o mais velho. Então, o mais velho e o mais moço dos três irmãos são, respectivamente:
a) Caio e José
b) Caio e Adriano
c) Adriano e Caio
d) Adriano e José
e) José e Adriano

GABARITO

01	02	03	04	05	06	07	08	09
C	A	A	E	A	D	B	B	B

REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA

REGRA DE TRÊS SIMPLES

É uma regra prática que nos permite comparar duas grandezas proporcionais, A e B, relacionando dois valores de A e dois valores de B. Nos problemas, haverá um desses quatro valores que será desconhecido e deverá ser calculado com base nos três valores dados. Daí o nome regra de três.

Dependendo das grandezas A e B, podemos ter:

- **Regra de três direta** $\Rightarrow$ A e B são grandezas diretamente proporcionais.

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2}.$$

- **Regra de três inversa** $\Rightarrow$ A e B são grandezas inversamente proporcionais.

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_2}{B_1}$$

EXEMPLO

Se uma dúzia de ovos custa R$1,40, então quanto deve custar uma bandeja com 30 ovos?

SOLUÇÃO:

Faça uma tabela relacionando a quantidade de ovos ao preço, e por meio de setas verifique se estas grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.

Quantidade de ovos	Preço (R$)
↑ 12	1,40 ↑
30	xxx

As setas têm o mesmo sentido porque as grandezas são diretamente proporcionais, ou seja, quanto mais ovos se quer comprar, mais dinheiro se tem que gastar. Logo:

$$\frac{12}{30} = \frac{1{,}40}{x} \Rightarrow x = \frac{30 \,.\, 1{,}40}{12} \Rightarrow x = 3{,}50$$

Resposta: Uma bandeja com 30 ovos deve custar R$3,50.

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

É uma regra prática utilizada na resolução de problemas que envolvem várias grandezas proporcionais. A regra de três composta é realizada da seguinte maneira.

1º Passo: Montamos uma tabela colocando em cada coluna, ordenadamente, os valores de cada grandeza.

2º Passo: Escolhemos uma grandeza para servir de referência.

3º Passo: Comparamos esta grandeza de referência a cada uma das outras grandezas, isoladamente, identificando se há proporcionalidade direta (seta de mesmo sentido) ou inversa (setas invertidas).

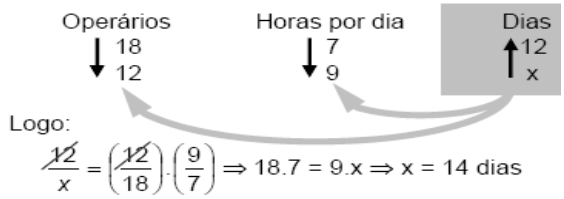
4º Passo: Colocamos a razão da grandeza de referência isolada no 1º membro e, no 2º membro, colocamos o produto das razões das outras grandezas, lembrando que se há proporcionalidade inversa em relação a uma grandeza, devemos inverter os elementos da respectiva coluna e escrever a razão inversa no produto.

EXEMPLO:

Dezoito operários, trabalhando 7 horas por dia durante 12 dias, conseguem realizar um determinado serviço. Trabalhando 9 horas por dia, 12 operários farão o mesmo serviço em quantos dias?

1ª SOLUÇÃO:

Montando a tabela e tomando a quantidade de dias como referência, temos:



Resposta: São necessários 14 dias.

2ª SOLUÇÃO:

Montando a tabela e tomando o nº de operários como referência, temos:

Operários Horas por dia Dias

18 7 12

12 9 x

Logo:

$$\frac{18}{12} = \left(\frac{9}{7}\right).\left(\frac{x}{12}\right) \Rightarrow 18.7 = 9.x \Rightarrow x = 14 \text{ dias}$$

Resposta: São necessários 14 dias.

REGRA DE SOCIEDADE

O fato é que: para ser justo em uma sociedade os lucros e os prejuízos devem ser distribuídos entre os vários sócios proporcionalmente aos capitais empregados (C) e ao tempo (T) durante o qual estiveram empregados na constituição dessa sociedade.

É uma aplicação prática da divisão em partes diretamente proporcionais, portanto:

$$\frac{x}{C_1.T_1} = \frac{y}{C_2.T_2} = \frac{z}{C_3.T_3} = \frac{x+y+z\,(\text{lucro a ser dividido})}{C_1.T_1 + C_2.T_2 + C_3.T_3}$$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (PUC) Se (2; 3; x; ...) e (8; y; 4; ...) forem duas sucessões de números diretamente proporcionais, então:

a) x = 1 e y = 6

b) x = 2 e y = 12

c) x = 1e y = 12

d) x = 4 e y = 2

e) x = 8 e y = 12

02. As sequências (a; 2; 5;...) e (3; 6; b;...) são de números inversamente proporcionais e **a + mb = 10**. O valor de m é:

a) 0,4

b) 1

c) 2

d) 2,5

e) 5

03. (FUVEST) - São dados três números reais, **a < b < c**. Sabe-se que o maior deles é a soma dos outros dois e o menor é um quarto do maior. Então **a**, **b** e **c** são, respectivamente, proporcionais a:

a) 1, 2 e 3

b) 1, 2 e 5

c) 1, 3 e 4

d) 1, 3 e 6

e) 1, 5 e 12

04. (MACK) Dividindo-se 70 em partes proporcionais a 2, 3 e 5, a soma entre a menor e a maior parte é:

a) 35

b) 49

c) 56

d) 42

e) 28

05. (UFLA) - Três pessoas montam uma sociedade, na qual cada uma delas aplica, respectivamente, R$ 20.000,00, R$ 30.000,00 e R$ 50.000,00. O balanço anual da firma acusou um lucro de R$ 40.000,00. Supondo-se que o lucro seja dividido em partes diretamente proporcionais ao capital aplicado, cada sócio receberá, respectivamente:

a) R$ 5.000,00; R$ 10.000,00 e R$ 25.000,00

b) R$ 7.000,00; R$ 11.000,00 e R$ 22.000,00

c) R$ 8.000,00; R$ 12.000,00 e R$ 20.000,00

d) R$ 10.000,00; R$ 10.000,00 e R$ 20.000,00

e) R$ 12.000,00; R$ 13.000.00e R$ 15.000,00

06. (MACK) Dividindo-se 660 em partes proporcionais aos números $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, obtêm-se, respectivamente:

a) 330, 220 e 110

b) 120, 180 e 360

c) 360, 180 e 120

d) 110, 220 e 330

e) 200, 300 e 160

GABARITO:

01	C
02	D
03	C
04	B
05	C
06	A

PORCENTAGEM

1. NOÇÃO DE PORCENTAGEM

Porcentagem é uma fração de denominador 100. Assim, ao escrevermos **p%** estamos representando o número $\frac{p}{100}$.

$$p\% = \frac{p}{100}$$

Exemplos:

1. $34\% = \frac{34}{100} = 0{,}34$

2. $342\% = \frac{342}{100} = 3{,}42$

3. $1000\% = \frac{1000}{100} = 10$

4. $(30\%)^2 = 9\%$ pois

$$(30\%)^2 = \left(\frac{30}{100}\right)^2 = \left(\frac{3}{10}\right)^2 = \frac{9}{100} = 9\%$$

5. $\sqrt{25\%} = 50\%$, pois

$$\sqrt{25\%} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{5}{10} = \frac{50}{100} = 50\%$$

6. 25% de 400 é igual a 100, pois

$$25\% \cdot 400 = \frac{25}{100} \cdot 400 = 100$$

7. 32 é 80% de 40, pois 80% de $40 = \frac{80}{100} \cdot 40 = 32$

8. 40 é 125% de 32, pois 125% de $32 = \frac{125}{100} \cdot 32 = 40$

9. x% de y = y% de $x = \frac{xy}{100}$

Observação: $P\% = \frac{P}{1000}$ e lê-se "p por mil"

2. AUMENTO E DESCONTO

• Aumento

I. ***Aumentar*** um valor x de **p%** equivale a multiplicá-lo por (100 + **p**)%, pois:

$$x + p\% = x + \frac{p}{100}x = \left(1 + \frac{p}{100}\right)x =$$

$$= \left(\frac{100 + p}{100}\right)x = (100 + \mathbf{p})\% \cdot x$$

II. ***Aumentar*** um valor x de **20**%, por exemplo, equivale a multiplicá-lo por **1,20**, pois:

$$(100 + \mathbf{20})\%x = 120\%x = \frac{120}{100}x = \mathbf{1{,}20x}$$

III. ***Aumentar*** um valor x de **70%** equivale a multiplicá-lo por **1,70**.

IV. ***Aumentar*** um valor x de **200%** equivale a multiplicá-lo por **3**, pois:

$$(100 + \mathbf{200})\% = 300\%x = \mathbf{3x}$$

• Desconto

I. ***Diminuir*** um valor x de **p%** equivale a multiplicá-lo por (100 – **p**)%, pois

$$x - p\% = x - \frac{p}{100}x = \left(1 - \frac{p}{100}\right)x =$$

$$= \left(\frac{100 - p}{100}\right)x = (100 - \mathbf{p})\% \cdot x$$

II. ***Diminuir*** um valor x de **20**%, por exemplo, equivale a multiplicá-lo por **0,80**, pois:

$$(100 - \mathbf{20})\%x = \frac{80}{100}x = \mathbf{0{,}80x}$$

III. ***Diminuir*** um valor x de **40**% equivale a multiplicá-lo por **0,60**.

• Aumentos de descontos sucessivos

I. Dois aumentos sucessivos de **10%** equivalem a um único aumento de **21%** (e não de 20%), pois:

$$110\% \cdot (110\%x) = \frac{110}{100} \cdot \frac{110}{100}x = \frac{121}{100}x =$$

$$= 121\%x = (100 + \mathbf{21})\%x$$

II. Dois descontos sucessivos de **10%** equivalem a um único desconto de 19% (e não de 20%), pois:

$$90\% \cdot (90\%x) = \frac{90}{100} \cdot \frac{90}{100}x = \frac{81}{100}x =$$

$$= 81\%x = (100 - \mathbf{19})\%x$$

III. Um aumento de 10% seguido de um desconto de 10% equivalem a um único desconto de 1%, pois:

$$90\% \cdot (110\%x) = \frac{90}{100} \cdot \frac{110}{100}x = \frac{99}{100}x =$$

$$= 99\%x = (100 - \mathbf{1})\%x$$

3. JUROS

• Juros simples

O regime de juros simples, é aquele no qual os juros incidem sempre sobre o capital inicial. Este sistema não é utilizado na prática nas operações comerciais, mas, a análise desse tema, como introdução à Matemática Financeira, é de uma certa forma, importante.

Considere o capital inicial P aplicado a juros simples de taxa i por período, durante n períodos.

Lembrando que os juros simples incidem sempre sobre o capital inicial, podemos escrever a seguinte fórmula, facilmente demonstrável:

$$\mathbf{J = P \cdot i \cdot n = Pin}$$

J = juros produzidos depois de **n** períodos, do capital **P** aplicado a uma taxa de juros por período igual a **i**.

No final de n períodos, é claro que o capital será igual ao capital inicial adicionado aos juros produzidos no

período. O capital inicial adicionado aos juros do período é denominado MONTANTE (M). Logo, teríamos:

M = P + J = P + P.i.n = P(1 + i.n)

Portanto, M = P(1+in)

JUROS COMERCIAL (ORDINÁRIOS)

Adotam o ano comercial, ou seja, 30 dias para os meses e 360 dias para o ano.

Nas aplicações práticas e por convenção, quando nos referimos apenas ao número de meses, utilizaremos o mês comercial com 30 dias, de forma indiferente.

JUROS EXATOS

Adotam o ano civil e por isso deve ser contado o tempo exato.

Fica implícito que deve ser usado o juro exato quando forem dadas as datas da negociação e do vencimento, portanto a contagem dos dias deve ser exata, inclusive considerando anos bissextos.

É importante saber que os bancos trabalham com juros ordinários e tempo exato. Na contagem dos dias, em geral, exclui-se o primeiro e inclui-se o último dia.

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

R1. Os números **8%**, **$(7\%)^2$**, $\sqrt{4\%}$ e **30%** de **4,2** são, respectivamente, iguais a:

a) 0,08; 49%; 2%; 126

b) 0,08; 49; 20%; 126

c) 0,08; 0,49%; 20%; 1,26

d) 0,3; 0,49%; 20%; 12,6

e) 0,8; 0,49%; 20%; 1,26

Solução:

$$8\% = \frac{8}{100} = 0{,}08$$

$$(7\%)^2 = \left(\frac{7}{100}\right)^2 = \frac{49}{10000} = \frac{0{,}49}{100} = 0{,}49\%$$

$$\sqrt{4\%} = \sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{2}{10} = \frac{20}{100} = 20\%$$

$$30\% \text{ de } 4{,}2 = \frac{30}{100} \cdot 4{,}2 = 1{,}26$$

Resposta: C

R2. Numa cidade de **50000** habitantes, **42000** têm menos de **40** anos de idade. Qual a porcentagem dos que têm 40 anos ou mais?

Solução:

► De acordo com o enunciado o número de habitantes que têm 40 anos ou mais é 50000 – 42000 = 8000.

► Se p% for a porcentagem dos habitantes que têm mais de 40 anos então:

$$p\% \text{ de } 50000 = 8000 \Leftrightarrow p\% \cdot 50000 = 8000 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p\% \frac{8000}{50000} \Leftrightarrow p\% = \frac{16}{100} \Leftrightarrow p\% = 16\%$$

Resposta: 16%

R3. Quais são os juros simples produzidos por um capital de **R$ 7200,00** empregado a 10% ao ano, durante 5 anos?

Solução:

► Sabe-se que $j = \frac{C \cdot i \cdot t}{100}$, logo:

$$j = \frac{7200 \cdot 10 \cdot 5}{100} \Rightarrow j = 3600$$

Resposta: Os juros produzidos são de R$ 3600,00.

R4. A que taxa anual foi empregado o capital de **R$ 108.000,00** que, em 130 dias, rendeu juros sim-ples de **R$ 3.900,00**.

Solução:

► Sabe-se que $j = \frac{C \cdot i \cdot t}{100}$

Logo, lembrando-se, que 130 dias = $\frac{130}{360}$ anos, temos:

R5. Um fichário tem 25 fichas numeradas, sendo que 52% dessas fichas estão etiquetadas com número par. Quantas fichas têm a etiqueta com número par?

Solução:

Representando por **x** o número de fichas que têm etiqueta com número par e lembrando que 52% = 52/100 = 0,52, temos:

x = 52% de 25

x = 0,52 . 25

x = 13

Nesse fichário há 13 fichas etiquetadas com número par.

R6. No torneio pré-olímpico de basquete, realizado na Argentina em agosto de 1995, a seleção brasileira disputou 4 partidas na 1ª fase e venceu 3. Qual é a porcentagem de vitórias obtidas pelo Brasil nessa fase?

1ª Solução:

Vamos indicar por x% o número que representa essa porcentagem. O problema pode, então, ser expresso por:

x% de 4 é igual a 3

Isso resulta na equação $\frac{x}{100}.4 = 3 \Rightarrow 4x = 300 \Rightarrow x = 75$

2ª Solução:

Do Enunciado temos:

$$\frac{3}{4} = 0{,}75 = \frac{75}{100} = 75\%$$

O Brasil venceu 75% dos jogos que disputou nessa fase.

R7 . Numa indústria trabalham 255 mulheres. Esse número corresponde a 42,5% do total de empregados. Quantas pessoas trabalham, ao todo, nessa indústria?

Solução:

Vamos representar por **x** o número total de empregados dessa indústria. Esse problema pode ser expresso por:

42,5% de x é igual a 255

Sabendo que 42,5% = $\frac{42,5}{100}$ = 0,425, podemos formar a equação:

0,425 . x = 255

$x = \frac{255}{0,425} \Rightarrow x = 600$

Nessa indústria trabalham, ao todo, 600 pessoas.

R8. Ao comprar uma mercadoria, obtive um desconto de 8% sobre o preço marcado na etiqueta. Se paguei R$ 690,00 pela mercadoria, qual o preço original dessa mercadoria?

Solução:

Se obtive 8% de desconto, o preço que paguei representa 100% – 8% = 92% do preço original. Representando o preço original da mercadoria por **x**, esse problema pode ser expresso por:

92% de x é igual a 690

Sabendo que 92% = $\frac{92}{100}$ = 0,92, podemos formar a equação:

0,92. x = 690 $\Rightarrow$ 0,92x = 690

$x = \frac{690}{0,92} \Rightarrow x = 750$

O preço original da mercadoria era R$ 750,00.

R9. 40% de 20% corresponde a quantos por cento?

Solução:

Representando por x% a taxa de porcentagem procurada, o problema se reduz a: 40% de 20% é igual a **x**

Se 40% = 0,40 e 20% = 0,20, temos a equação:

0,40 . 0,20 = x

x = 0,08

$0,08 = \frac{8}{100}$ = 8%

Assim, 40% de 20% corresponde a 8%.

R10. Uma geladeira, cujo preço à vista é de R$ 680,00 tem um acréscimo de 5% no seu preço se for paga em 3 prestações iguais. Qual é o valor de cada prestação?

Solução:

5% de 680 = 0,05. 680 = 34 (acréscimo)

680 + 34 = 714 (preço em 3 prestações iguais)

714: 3 = 238 (valor de cada prestação)

Então, o valor de cada prestação é de R$ 238,00.

R11. O salário de um trabalhador era de R$ 840,00 e passou a ser de R$ 966,00. Qual foi a porcentagem de aumento?

Solução:

1º modo:

966 – 840 = 126 (aumento em reais)

x% de 840 = 126

$\frac{126}{840} = \frac{18}{120} = \frac{3}{20} = \frac{15}{100} \rightarrow$ 15% (aumento em porcentagem)

2º modo:

x% de 840 = 966 (salário anterior mais aumento)

$\frac{966}{840} = \frac{138}{120} = \frac{23}{20} = \frac{115}{100} \rightarrow 115\% \rightarrow 100\% + \underset{\downarrow}{15\%}$

Logo, a porcentagem de aumento foi de 15%.

R12 . Paulo gastou 40% do que tinha e ainda ficou com R$ 87,00. Quanto ele tinha e quanto gastou, em reais?

Solução:

Se ele gastou 40%, a quantia de R$ 87,00 corresponde a 60% do que possuía.

Fazemos então 60% de ? = 87.

$\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$

87 / 3 = 29

29.5 = 145 (quanto ele tinha)

Quanto ele gastou:

145 – 87 = 58 ou 40% de 145 = 58

Portanto, Paulo tinha R$ 145,00 e gastou R$ 58,00.

R13 . Laura gastou R$ 900,00 na compra de uma bicicleta, de um aparelho de som e de uma estante. A bicicleta custou R$ 60,00 a menos que a estante e o preço do aparelho de som corresponde a 80% do preço da bicicleta. Quanto custou cada uma das mercadorias?

Solução:

Preço da estante: x

Preço da bicicleta: x – 60

Preço do aparelho de som: 80% de (x – 60) $\rightarrow \frac{4(x-60)}{5}$

$\frac{80}{100} = \frac{4}{5}$

$x + x - 60 + \frac{4(x-60)}{5} = 900 \Rightarrow 5x + 5x - 300 + 4x -$

$240 = 4\,500 \Rightarrow 14x = 5\,040 \Rightarrow x = \frac{5\,040}{14} = 360$

Logo, os preços foram:

estante: R$ 360,00

bicicleta: R$ 300,00 (360 – 60)

aparelho de som: R$ 240,00 (80% de 300)

R14. Cíntia e Fábio dispõem, cada um, de certa quantia em dinheiro. Se Cíntia emprestar a Fábio 20% do que tem, este ficará com R$ 174,00; entretanto, se Fábio emprestar 20% do valor que tem à Cíntia, ela ficará com R$ 150,00. Determine a quantia que os dois têm juntos.

Solução:

Do enunciado, temos:

$F + 20\%C = 174$

$20\%F + C = 150$

Somando as equações, temos:

$120\%F + 120\%C = 324$

$1{,}20.(F + C) = 324$

Logo, a quantia que eles têm juntos, é:

$F + C = 270$

R15. (ESAF) Uma estranha clínica veterinária atende apenas cães e gatos. Dos cães hospedados, 90% agem como cães e 10% como gatos. Do mesmo modo, dos gatos hospedados 90% agem como gatos e 10% agem como cães. Observou-se que 20% de todos os animais hospedados nessa estranha clínica agem como gatos e que os 80% restantes agem como cães. Sabendo-se que na clínica veterinária estão hospedados 10 gatos, determine o número de cães hospedados nessa estranha.

Solução:

Número de gatos: G

Número de cães: C

Do enunciado, temos:

Cães que pensam ser gatos: 10% de C

Gatos que agem realmente como gatos: 90% de G

Animais que pensam ser gatos: 20% de C + G (todos os animais)

Então

$10\%.C + 90\%.G = 20\%.(G+C)$

$10\%C + 90\%G = 20\%G + 20\%C$

$90\%G - 20\%G = 20\%C - 10\%C$

$70\%G = 10\%C$

$C = 7G$

R16. Um capital de R$800 é aplicado por 1 ano, em regime de juros simples, com taxa de 5% a.m.. Determine o resgate e o rendimento dessa aplicação.

1ª Solução:

Sem usar fórmula, temos que:

5% de R$ 800,00 = R$ 40,00 (juros em 1 mês)

Logo, para 1 ano, ou seja, 12 meses, temos:

12 x R$ 40,00 = R$ 480,00 (rendimento em juros simples ao fim de 12 meses)

Portanto, o resgate (montante) será

R$ 800,00 + R$ 480,00 = R$ 1280,00

2ª Solução:

Dados:

C = 800

i = 5% a.m.

t = 1 ano = 12 meses (a unidade da taxa deve coincidir com a unidade do tempo)

Aplicando na fórmula J = C.i.t, temos

$J = 800.5\%.12$

$J = 800.\frac{5}{100}.12$

$J = 480$ (rendimento)

Como M = C + J, então

$M = 800 + 480$

Portanto o resgate (montante) é de 1280 reais.

R17. Um capital de R$ 600,00, aplicado à taxa de juros simples de 20% ao ano, gerou um montante de R$ 1.080,00 depois de certo tempo. Qual foi esse tempo?

Solução:

1080 – 600 = 480 (juros obtidos após todo o período de aplicação)

x% de 600 = 480

$\frac{480}{600} = \frac{80}{100} = 80\%$ (porcentagem do rendimento)

Como 80 : 20 = 4, temos:

4.20% = 80%

Logo, o tempo de aplicação foi de 4 anos.

Generalizando, podemos escrever um problema de juros simples assim:

Se um capital **C**, aplicado à taxa **i** ao período, no sistema de juros simples, rende juros **J**, no fim de **t** períodos, então:

i.C = juros obtidos no fim de **1** período

(i.C).t = juros obtidos no fim de **t** períodos $\rightarrow$ **J = C. i . t**

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01. (UFRN) 25% da terça parte de 1026 é igual a:

A) 7695

B) 855

C) 769,5

D) 94,5

E) 85,5

02. (FUVEST) $(10\%)^2$ =

A) 100%

B) 20%

C) 5%

D) 1%

E) 0,1%

04. (UFG) Uma empresa concedeu aumento de 8% a seus funcionários. Após o aumento, um dos funcionários passou a receber R$ 237,60. Qual era o salário deste funcionário?

05. (PUC) Uma certa, mercadoria, que custava R$12,50, teve um aumento, passando a custar R$ 14,50. A taxa de reajuste sobre o preço antigo é de:

A) 2,0%
B) 20,0%
C) 12,5%
D) 11,6%
E) 16,0%

06. (MACK) Uma pessoa pagou 20% de uma dívida. Se R$ 4.368,00 correspondem a 35% do restante a ser pago, então a dívida total inicial era de:

A) R$ 10.200.00
B R$ 11.400,00
C) R$ 15.600,00
D) R$ 16.800.00
E) R$ 18.100,00

07. (UFMG) Em 01/02/95, o salário de um trabalhador era equivalente ao preço de 10 cestas básicas. Segundo um Instituto de Pesquisa, o reajuste da cesta básica foi de 4% em fevereiro de 95 e de 3% em março de 95. Em 01/04/95, o salário desse trabalhador foi reajustado para mantê-lo equivalente às mesmas cestas básicas.

O índice de reajuste do salário desse trabalhador, em 01/04/95, foi de:

A) 7%
B) 7,12%
C) 8%
D) 9,4%
E) 12%

09. (UFRRJ) A casa do Sr. Rafael foi adquirida através do Sistema Financeiro de Habitação. A prestação mensal de sua casa aumentou 30%. Mas. por recurso judicial, a partir deste mês, aquele que pagar até o 5º dia útil do mês tem direito a um desconto de 20%. Se o Sr. Rafael pagou sua casa no dia 02 (dois), o aumento real sobre a prestação do mês anterior foi de:

A) 10%
B) 8%
C) 6%
D) 4%
E) 2%

12. Um vendedor ambulante vende seus produtos com um lucro de 50% sobre o preço de venda. Então, seu lucro sobre o preço de custo é de:

A) 10%
B) 25%
C) 33,333...%
D) 100%
E) 120%

13. (FATEC) Desejo comprar uma televisão à vista, mas a quantia **Q** que possuo corresponde a 80% do preço **P** do aparelho. O vendedor ofereceu-me um abatimento de 5% no preço, mas, mesmo assim, faltam R$ 84,00 para realizar a compra. Os valores de **P** e **Q** são, respectivamente:

A) R$ 520,00 e R$ 410,00
B) R$ 530,00 e R$ 419,50
C) R$ 540,00 e R$ 429,00
D) R$ 550.00 e R$ 438,50
E) R$ 560,00 e R$ 448,00

14. (FUVEST) Produção e vendas, em setembro, de três montadoras de automóveis.

montadora	Unidades produzidas	Porcentagem vendidas da produção
A	3.000	80%
B	5.000	60%
C	2.000	x%

Sabendo-se que nesse mês as três montadoras venderam 7.000 dos 10.000 carros produzidos, o valor de x é:

A) 30
B) 50
C) 65
D) 80
E) 100

18. (UNB) Um capital aplicado, a juros simples, a uma taxa de 20% ao ano duplica em:

A) 24 anos
B) 6 anos
C) 12 anos
D) 10 anos
E) 5 anos

GABARITO

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
E	D	D	*	E	C	B	D	D	E
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**		
E	D	E	D	C	B	C	E		

ANOTAÇÕES: